

This Page Is Inserted by IFW Operations
and is not a part of the Official Record

BEST AVAILABLE IMAGES

Defective images within this document are accurate representations of the original documents submitted by the applicant.

Defects in the images may include (but are not limited to):

- BLACK BORDERS
- TEXT CUT OFF AT TOP, BOTTOM OR SIDES
- FADED TEXT
- ILLEGIBLE TEXT
- SKEWED/SLANTED IMAGES
- COLORED PHOTOS
- BLACK OR VERY BLACK AND WHITE DARK PHOTOS
- GRAY SCALE DOCUMENTS

IMAGES ARE BEST AVAILABLE COPY.

**As rescanning documents *will not* correct images,
please do not report the images to the
Image Problems Mailbox.**

THIS PAGE BLANK (USPTO)

98 P 5866



①9 BUNDESREPUBLIK
DEUTSCHLAND



DEUTSCHES
PATENTAMT

⑫ Offenlegungsschrift
⑩ DE 40 39 647 A 1

B5

⑤1 Int. Cl. 5:
G 01 D 5/12
G 01 D 1/18
G 01 D 1/14
G 01 D 1/02
// B21B 37/00

⑳ Aktenzeichen: P 40 39 647.9
㉔ Anmeldetag: 12. 12. 90
㉕ Offenlegungstag: 17. 6. 92

DE 40 39 647 A 1

㉗ Anmelder:

Wendler, Rolf, O-6800 Saalfeld, DE; Griebach,
Gert, Dr., O-5300 Weimar, DE; Griebach, Jürgen,
8000 München, DE

㉘ Erfinder:

gleich Anmelder

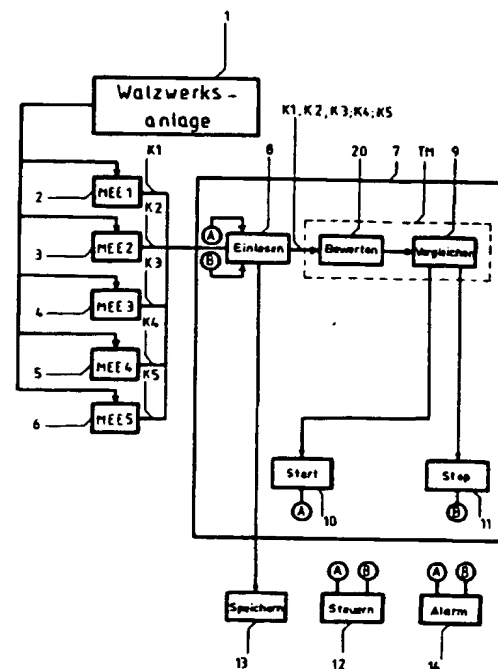
Prüfungsantrag gem. § 44 PatG ist gestellt

⑤4 Meßwertverarbeitungssystem für eine Walzwerksanlage

⑤7 Aufgrund hoher Abstraten moderner Meßwert-
fassungseinrichtungen und hoher Meßkanalzahl ergibt sich eine
große Datenmenge, die nur schwierig weiterzuverarbeiten
sind.

Die aufgenommenen Meßwerte werden mit vorgegebenen
Meßwertstrukturen verglichen. Zur Datenreduktion werden
die aufgenommenen Meßwerte mathematisch bewertet. Bei
Übereinstimmung der aufgenommenen Werte mit den vor-
gegebenen Strukturen werden die aufgenommenen Werte
gespeichert, eine Alarmanrichtung betätigt oder eine Steue-
rung der Walzwerksausrüstung vorgenommen.

Die Erfindung ist auf dem Gebiet der Walzwerksanlagen
anwendbar.



DE 40 39 647 A 1

Beschreibung

Die Erfindung bezieht sich auf eine Meßwertverarbeitungseinrichtung der im Oberbegriff des Patentanspruchs 1 genannten Art.

5 Solche Meßwertverarbeitungseinrichtungen, die über mehrkanalige, z. B. als Sensoren ausgebildete Meßwert-
erfassungseinrichtungen mit einer Walzwerksausrüstung verbunden sind, sind allgemein bekannt. Von den
Meßwertfassungseinrichtungen aufgenommene Meßwerte werden mit vorgegebenen Werten verglichen. Bei
Übereinstimmung werden die aufgenommenen Werte gespeichert, eine Alarmeinrichtung betätigt oder eine
Steuerung der Walzwerksausrüstung vorgenommen. Aufgrund hoher Abtastraten moderner Meßwertfassung-
10 einrichtungen und hoher Meßkanalzahl ergibt sich eine große Datenmenge, die nur schwierig weiterzuver-
arbeiten ist.

Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, eine einfach aufgebaute Meßwertfassungseinrichtungen zu
schaffen, die bei sicherer Funktionsweise eine mehrkanalige Meßwertfassung und -verarbeitung in Echtzeit
bewältigt.

15 Erfindungsgemäß werden die aufgenommenen Meßwerte mit vorgegebenen Meßwertstrukturen verglichen.
Zur Datenreduktion werden die aufgenommenen Meßwerte mathematisch bewertet. Dadurch ergeben sich
besonders kurze Meßwertverarbeitungszeiten.

Weiterbildungen der Erfindung sind in den Unteransprüchen angegeben.

Die Erfindung wird anhand der Zeichnung näher erläutert. Es zeigt

20 Fig. 1 eine Darstellung einer ersten Ausführungsform der Erfindung,

Fig. 2 ein Triggermodul in einer ersten Ausführungsform,

Fig. 3 ein Triggermodul in einer zweiten Ausführungsform,

Fig. 4 ein Triggermodul in einer dritten Ausführungsform

Fig. 5 eine Meßwertverarbeitungseinrichtung in einer zweiten Ausführungsform,

25 Fig. 6 eine Meßwertverarbeitungseinrichtung in einer dritten Ausführungsform,

Fig. 7 eine Meßwertfassungssystem mit Input- und Output-Beziehungen,

Fig. 8 die Funktionsweise eines Triggermoduls,

Fig. 9 den schematischen Aufbau der Struktur und Mustererkennung mittels komplexer Triggerung,

30 Fig. 10 den schematischen Aufbau der Meßverarbeitung mittels komplexer Triggerung für eine Walzwerks-
ausrüstung,

Fig. 11 den schematischen Aufbau eines Antriebsstrangs eines Reversiergerüsts einer Walzstraße,

Fig. 12 den Signalverlauf bei unterschiedlichen Belastungsphasen von Teilen des Antriebsstrangs, und

Fig. 13 den schematischen Aufbau der Komplextriggerung zum Erkennen der Belastungsphase beim Walzen.

Wie in Fig. 1 gezeigt, ist eine Walzwerksausrüstung 1 über mehrere Meßkanäle K1 bis K5 von Meßwertfassung-
35 einrichtungen 2, 3, 4, 5, 6 mit einer Meßwertverarbeitungseinrichtung 7 verbunden. Die Meßwertverarbeitungs-
einrichtung 7 umfaßt eine Einleseeinrichtung 8 zum Einlesen von Meßwerten eines oder mehrerer Kanäle
K1; K2; K3; K4; K5 der Meßwertfassungseinrichtungen 2, 3, 4, 5, 6. Die Meßwerte des mindestens einen
Kanals K1; K2; K3; K4; K5 werden einer Bewertungseinrichtung 20 zugeführt, die zur Berechnung von Werten
von Kenngrößen aus Meßwertfolgen ausgebildet ist.

40 Durch die Kenngrößenberechnung der Bewertungseinrichtung 20 erfolgt eine erhebliche Datenreduktion.
Die berechneten Kenngrößen werden einer Vergleichseinrichtung 9 zugeführt, die die Kenngrößen der Meß-
werte mit vorgegebenen Meßwertstrukturen vergleicht. Bewertungseinrichtung 20 und Vergleichseinrichtung 9
bilden zusammen ein sogenanntes Triggermodul, das nachstehend noch näher erläutert werden wird.

Bei Übereinstimmung der Kenngrößen der Meßwerte mit den vorgegebenen Meßwertstrukturen wird eine
45 Starteinrichtung 10 aktiviert, die eine Zusatzeinrichtung 12, 13, 14 startet. Die Zusatzeinrichtung kann als
Steuereinrichtung 12 ausgebildet sein, die zum Steuern der Walzwerksausrüstung 1 vorgesehen ist. Die Zusatz-
einrichtung kann aber auch als Speichereinrichtung 13 ausgebildet sein, um die eingelesenen Meßwerte ab dem
Aktivieren der Starteinrichtung 10 zu speichern. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, daß die Zusatzeinrich-
tung als Warneinrichtung 14 ausgebildet ist zum Anzeigen eines unerwünschten Betriebszustandes bzw. Funk-
50 tionszustandes der Walzwerksausrüstung 1. Selbstverständlich können die erläuterten Zusatzeinrichtungen 12,
13, 14 einzeln oder in Kombination mit der Meßwertverarbeitungseinrichtung 7 verbunden sein. Die Stoppein-
richtung 11 wird aktiviert, wenn Übereinstimmung mit einer zweiten vorgegebenen Meßwertstruktur vorliegt.
Die Stoppeinrichtung 11 ist analog zur Starteinrichtung 10 mit den Zusatzeinrichtungen 12, 13, 14 verbunden.

Die Fig. 2 bis 4 zeigen den möglichen Aufbau von Triggermodulen TM. Das Triggermodul TM in Fig. 2 weist
55 zwei parallel angeordnete Bewertungseinrichtungen 20 auf, denen unterschiedliche Meßkanäle K1; K2; K3; K4;
K5 zugeordnet sind. Die ermittelten Kenngrößen beider Bewertungseinrichtungen 20 werden der Vergleichsein-
richtung 9 zugeführt, die bei Übereinstimmung mit vorgegebenen Meßwertstrukturen die Starteinrichtung 10
bzw. die Stoppeinrichtung 11 aktivieren.

Das Triggermodul TM in Fig. 3 zeigt zwei Bewertungseinrichtungen 20, die in Reihe geschaltet sind und denen
60 unterschiedliche Meßkanäle K1; K2; K3; K4; K5 zugeordnet sind. Die in Reihe geschalteten Bewertungseinrich-
tungen 20 sind, wie bereits vorstehend erläutert, mit der Vergleichseinrichtung 9 verbunden.

Das Triggermodul in Fig. 4 zeigt eine Kombination der Triggermodule der Fig. 2 und 3. Zwei Bewertungsein-
richtungen 20 sind jeweils in Reihe und weitere zwei Bewertungseinrichtungen 20 dazu parallel geschaltet,
wobei den jeweiligen Bewertungseinrichtungen 20 unterschiedliche Meßkanäle K1; K2; K3; K4; K5 zugeordnet
65 sind.

Wie nachstehend noch eingehender erläutert werden wird, kann die vorbestimmte Meßwertstruktur ein
einfaches Muster von Daten, z. B. eine Zahlenfolge sein, kann aber ein wesentlich komplizierteren Aufbau haben.

Die Bewertungseinrichtung 20 ist so aufgebaut, daß Kenngrößen, wie z. B. Spitzenwerte von Meßwertfolgen,

Mittelwerte von Meßwertfolgen, Effektivwerte von Meßwertfolgen, Quantilwerte von Meßwertfolgen ermittelt werden.

Die Bewertungseinrichtung 20 kann auch zur Bildung von gleitenden Mittelwertschätzungen, gleitenden Momentenfunktionsschätzungen der Meßwertfolge, zur Bildung von gleitenden Momentenfunktionsschätzungen, von rekursiven Schätzungen der Momentenfunktion, von rekursiven Schätzungen der zentrierten Momentenfunktion der Meßwertfolge, zur Bildung von rekursiven Schätzungen für Werte der Autokorrelationsfunktion, von rekursiven Schätzungen von Funktionen akkumulierter Differenzen der Meßwertfolge, von rekursiven Schätzungen der Quantilwertintervallgrenzen der Meßwertfolge, von rekursiven Schätzungen des Mittelwertes in Form der Quantilintervallmitte der Meßwertfolge, von adaptiven Mittelwerten des absoluten Betrages der Meßwertfolge, zur Bildung von adaptiv gebildeten Mittelwerten einer korrigierten Meßwertfolge, zur Bildung rekursiver Kreuzkorrelationfunktionen und zur Bildung rekursiver Schätzungen von Funktionen akkumulierter Kreuzdifferenzen der Meßwertfolgen zur Ermittlung der Kenngrößen ausgebildet sein.

Die in einer Mehrzahl vorhandenen Bewertungseinrichtungen 20, wie z. B. in den Fig. 2 bis 4 gezeigt, können dabei zur Ermittlung unterschiedlicher Kenngrößen ausgebildet sein.

In Fig. 5 ist eine weitere Ausführungsform gezeigt, in der zwischen Vergleichseinrichtung 9 und Starteinrichtung 10 und zwischen Vergleichseinrichtung 9 und Stoppeinrichtung 11 eine Zeitbeeinflussungseinrichtung 30 geschaltet ist. Die Zeitbeeinflussungseinrichtung 30 ist dabei so ausgebildet, daß die Aktivierung der Starteinrichtung 10 und/oder der Stoppeinrichtung 11 zeitlich nach Übereinstimmung mit den vorbestimmten Meßwertstrukturen oder zeitlich vor Übereinstimmung mit den vorbestimmten Meßwertstrukturen erfolgt. Selbstverständlich kann auch eine der Einrichtungen 10; 11 zeitlich nach Übereinstimmung und die andere der Einrichtungen 10; 11 vor Übereinstimmung der vorbestimmten Meßwertstrukturen aktiviert werden.

In nicht dargestellten Ausführungsformen ist die Zeitbeeinflussungseinrichtung 30 zwischen zwei Bewertungseinrichtungen 20, zwischen zwei Vergleichseinrichtungen 9 und/oder zwischen Bewertungseinrichtung 20 und Vergleichseinrichtung 9 geschaltet.

Wie Fig. 6 zeigt, ist eine Einstelleinrichtung 40 zur Einstellung der Abtastfrequenz zwischen die Meßwerterfassungseinrichtungen 2, 3, 4, 5, 6 und die Einleseeinrichtung 8 geschaltet. Die Einstelleinrichtung 40 kann dabei so ausgebildet sein, daß die Abtastfrequenz mittels erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolgen oder mittels rekursiv erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolgen ermittelt wird.

Nachstehend erfolgt die Darstellung mathematischer Grundlagen für den Erfindungsgegenstand, sowie die Erläuterung des Erfindungsgegenstandes an Hand konkreter Ausführungsbeispiele.

A. Theorie der verallgemeinerten Triggerung

In den nachfolgenden Abschnitten sollen Begriffe wie Trigger, Triggerung, Triggerkriterium, adaptive Triggerung, komplexe Triggerung, gegenüber bekannten technisch realisierter Triggerverfahren verallgemeinert werden.

Die Verallgemeinerung des Begriffes Triggerung erfolgt hinsichtlich:

- Art und Struktur des auslösenden Signalzustandes,
- der Prozeßanpaßbarkeit mittels Verfahren der stochastischen Approximation (adaptive Triggerung),
- der Komplexität der Triggerbedingungen,
- des zeitlichen Regimes der Triggerung.

A. 1. Triggerung in Meßwerterfassungssystemen

Unter Triggerung wird allgemein der Start oder Stopp eines Vorganges durch ein Signal $a(t)$ (Impuls, Flankenwechsel o. a.) verstanden. Das Signal $a(t)$ wird auch als Triggersignal oder kurz Trigger bezeichnet, es liegt an einem Triggerkanal k_a an. Für Meßwerterfassungssysteme ist diese Definition in bezug auf den zu startenden oder stoppenden (Meß-)Vorgang sowie das Triggersignal $a(t)$ näher zu spezifizieren. Aus einer technischen Problemstellung heraus soll ein Meßvorgang gestartet oder gestoppt werden, wenn sich auf dem Triggerkanal eine aus Voruntersuchungen bestimmbare Signalstruktur einstellt. Dazu wird das Signal $a(t)$ am Triggerkanal überwacht und bei digitalem Meßwerterfassungssystem mittels mathematischer Verfahren bewertet. Aus den Anforderungen der technischen Problemstellung heraus erfolgt die Definition des Signalzustandes (definierter Signalzustand oder Triggerkriterium), nach der das Triggersignal $a(t)$ überwacht wird und nach dessen Eintreten die Triggerung ausgelöst wird.

Es sei S ein Meßwerterfassungssystem siehe auch Fig. A1, $K = \{k^i\}_{i=1}^L$ sei die Menge der Eingangskanäle des Systems S und $k_i : i \in \{1, \dots, L\}$, sei der i -te Eingangskanal des Systems S ; $L = \text{max. Kanalanzahl}$.

Das am Kanal k^i , $i \leq L$, $i \in \mathbb{N}$ anliegende Signal wird mit $x^i(t)$ bezeichnet und $x_{t_1}^i, \dots, x_{t_{N_i}}^i$ sei die am Kanal k^i zu den Zeitpunkten t_1, \dots, t_{N_i} erfaßte Meßreihe bestehend aus $N_i < \infty$, $N_i \in \mathbb{N}$ Meßwerten. Weiterhin sei $K_a \subset K$ eine Teilmenge der Eingangskanäle (K_a — Menge der Triggerkanäle) mit $K_a = \{k_a^1, \dots, k_a^R\}$ mit $R \leq L$, $R \in \mathbb{N}$.

Definition A 1

Triggerung ist der Start/Stop eines (Meß-)Vorganges auf einem oder mehreren Eingangskanälen $k_i \in K$ zum Zeitpunkt t_a nach dem ersten Eintreten eines definierten Signalzustandes (z. B. Impuls, Flankenwechsel) zum Zeitpunkt t_e auf mindestens einem der Eingangskanäle $k_a^i \in K_a$.

Die Eingangskanäle k_a^i werden auch als Trigger- oder Auslösekanäle bezeichnet.

Entsprechend der Art der Auslösung des Meßvorganges erhält man endliche Meßreihen der Gestalt

$$X_i = (x_{i1}^1, \dots, x_{iN_i}^1) \quad \text{mit } k^i \in K$$

$$0 < N_i < \infty, \forall i, 1 \leq i \leq L$$

5

mit

 $t_a \triangleq t_1$ für Start des (Meß-)Vorganges bzw. $t_a \triangleq t_{N_i}$ für Stopp des (Meß-)Vorganges.

In bezug auf den zeitlichen Verlauf der Triggerung werden die Zeitpunkte

10

 t_a — Zeitpunkt der Auslösung des Start/Stopp eines (Meß-)Vorganges und t_e — Zeitpunkt des ersten Eintretens eines definierten Signalzustandes auf mindestens einem der Auslösekanäle

unterschieden.

15

Es gilt:

$$t_a = \tau_v + t_e$$

$$\tau_v = t_a - t_e$$

20

mit $\tau_v \in \mathbb{R}$ und τ_v — Verzögerungszeit der Triggerung

Definition A 2

25 1. pre-Triggerung = eine Triggerung nach Definition 1, wobei gilt: $t_a < t_e$; ($\tau_v < 0$), d. h., die Auslösung des Start/Stopp eines Meßvorganges zum Zeitpunkt t_a erfolgt zeitlich vor dem Eintreten eines definierten Signalzustandes zum Zeitpunkt t_e auf einem Auslösekanal aus K_a .

2. post-Triggerung = eine Triggerung nach Definition 1, wobei gilt: $t_a > t_e$; ($\tau_v > 0$), d. h., die Auslösung des Start/Stopp eines Meßvorganges zum Zeitpunkt t_a erfolgt zeitlich nach dem Eintreten eines definierten Signalzustandes zum Zeitpunkt t_e auf einem Auslösekanal aus K_a .

30 3. (com-)Triggerung = eine Triggerung nach Definition 1, wobei gilt: $t_a = t_e$; ($\tau_v = 0$), d. h., das Eintreten eines definierten Signalzustandes auf einem Auslösekanal aus K_a löst den Start/Stopp eines Meßvorganges ohne Zeitverzögerung aus.

35 Es sei $k_{a1} \in K_a$ ein Auslösekanal und $a_i(t)$ das am Kanal k_{a1} anliegende Triggersignal, welches auf das Eintreten eines definierten Signalzustandes (Impuls, Flankenwechsel) überwacht wird. Wird der Verlauf des Signales $a_i(t)$ über längere Zeiträume verfolgt, erfordert dies bei mehrmaligem hintereinander Auftreten definierter Signalzustände eine entsprechende Indizierung von t_a und t_e der Form:

40 t_e^i — i-te Zeitpunkt des Eintretens eines definierten Signalzustandes auf dem Auslösekanal k_{a1} ,
 t_a^i — i-te Zeitpunkt der Auslösung des Start/Stopp eines (Meß-)Vorganges.

(A 1/1)

45 Bisherige Betrachtungen des am Auslösekanal k_{a1} anliegenden Signales $a_i(t)$ setzen dessen Stetigkeit voraus. Wird das Signal nur in diskreter Form erfaßt, (etwa in digitalisierter Form über das Meßwerterfassungssystem eines Computer) oder liegt es selbst nur zu diskreten Zeitpunkten vor, so spricht man von diskreter Triggerung.

Es erfolgt der Übergang zu einer äquidistanten Zeitbasis der Form:

$$t = r \cdot \Delta t,$$

50

$$\Delta t = \frac{1}{f_A}$$

55 mit $r \in \mathbb{G}$ und f_A — Abtastfrequenz, mit der die Werte am Auslösekanal erfaßt werden.

Das Eintreten eines definierten Signalzustandes kann jetzt nur zu einem diskreten Zeitpunkt

$$t_e = s \cdot \Delta t, s \in \mathbb{G}$$

60 erkannt werden.

Nach Einführung und Definition des Begriffs Triggerung in Meßwerterfassungssystemen erfolgt entsprechend den Forderungen an Systeme mit wechselnden Betriebsbedingungen die Konstruktion prozeßangepaßter Triggerverfahren. Dies geschieht zunächst auf der Basis deterministischer Triggersignale und wird in den Abschnitten A 3/A 4 auf stochastischer Triggersignale verallgemeinert. In den sich anschließenden Abschnitten A 5/A 6 werden Grundlagen für prozeßangepaßte Triggerverfahren zur Indikation komplexer Signalmuster und Strukturen dargestellt.

65

A. 2. Triggerung auf Basis deterministischer Signale

Im Mittelpunkt der folgenden 3 Abschnitte soll die Möglichkeit der mathematischen Beschreibung des definierten Signalzustandes (Triggerkriteriums) und die Bestimmung des Zeitpunktes t_e des ersten Eintretens des Triggerkriteriums stehen.

Es seien T und A zwei beliebige Mengen aus \mathbb{R} . σ_T bzw. σ_A seien Sigmaalgebren über Borelmengen aus T bzw. A . Das Triggersignal $a(t)$ mit $a: t \rightarrow a(t)$ sei eine (σ_T, σ_A) -meßbare Funktion mit dem Definitionsgebiet T und Werten in A . Die Art und Struktur des Triggerkriteriums beschreibende Funktion h sei eine Funktion von Werten aus $A \times A$ in eine Menge $H \subseteq \mathbb{R}$ und $(\sigma_A \times \sigma_A, \sigma_H)$ -meßbar, wobei σ_H eine Sigmaalgebra von Untermengen aus H ist.

Definition A 3

$t_e \in T$ heißt Zeitpunkt t_e des ersten Eintretens des Triggerkriteriums falls gilt:

$$t_e = \min \{t: h[a(t), a(t^*)] \in H_e; H_e \in \sigma_H; t, t^* \in T\}.$$

Die Bedingung $h[a(t), a(t^*)] \in H_e$ definiert das Triggerkriterium nach dem das Triggersignal $a(t)$ überwacht wird, sie wird auch als Triggerbedingung bezeichnet. H_e heißt Triggermenge. Ist das Triggerkriterium nur durch mehrere Bedingungen charakterisierbar, definiert man t_e durch

$$t_e = \min \{t: \vec{h}[a(t), a(t^*)] \in H_e; H_e \in \sigma_H; t, t^* \in T\}.$$

\vec{h} sei jetzt ein Funktionenvektor der Form

$$\vec{h} = (h_1, \dots, h_Q), \quad Q \in \mathbb{N} \quad \text{und} \quad H_e = H_e^1 \times \dots \times H_e^Q \in \sigma_{H_e^1} \times \dots \times \sigma_{H_e^Q},$$

wobei die $h_i: (\sigma_A \times \sigma_A, \sigma_{H_i})$ -meßbare Funktionen von Werten aus $A \times A$ in $H_i \subseteq H \subseteq \mathbb{R}$ sind und σ_{H_i} ein System von Teilmengen von H_i ist, mit $1 \leq i \leq Q$. Die Bedingung $\vec{h}[a(t), a(t^*)] \in H_e$ hat dann die Vektorgestalt:

$$h_1[a(t), a(t^*)] \in H_e^1,$$

$$h_Q[a(t), a(t^*)] \in H_e^Q.$$

Die eingeführten Begriffe und Definitionen sollen an Hand einiger Beispiele illustriert werden.

1. Grenzwerttriggerung

Es gelte:

$h = 1$ — identische Abbildung

$Q = 1, t = t^*$

$H = A,$

damit ist

$$h[a(t), a(t^*)] = a(t) \quad \text{und} \quad d_{t_e} = \min \{t: a(t) \in H_e, t \in T\}.$$

Ist $H_e = (a_g^-, a_g^+)$ ein zusammenhängendes offenes Intervall aus \mathbb{R} mit $a_g^- = -\infty$ oder $a_g^- \in \mathbb{R}$ fest und $a_g^+ = \infty$ oder $a_g^+ \in \mathbb{R}$ fest und $a_g^- \leq a_g^+$, so erhält man die folgenden bekannten Triggerkriterien:

Triggerkriterium definiert dadurch, daß das Triggersignal

Triggerbedingung

a) $a(t)$ einen Wert a_g^- überschreitet

$$a(t) \in (a_g^-, \infty)$$

b) $a(t)$ einen Wert a_g^+ unterschreitet

$$a(t) \in (-\infty, a_g^+)$$

c) $a(t)$ ein vorgegebenes Intervall (a_g^-, a_g^+) verläßt

$$a(t) \in \mathbb{R} \setminus (a_g^-, a_g^+)$$

d) $a(t)$ in ein vorgegebenes Intervall eintritt

$$a(t) \in (a_g^-, a_g^+)$$

Bemerkung

Die Triggerbedingungen sind auch über abgeschlossene Mengen $H_e = [a_g^-, a_g^+]; |a_g^-| \neq \infty, |a_g^+| \neq \infty$ definierbar.

2. Differenztriggerung

Es gelte:

$$Q = 1, t^* = t - \delta, \delta > 0, \text{ fest}$$

$$H_c = [a_g^-, \infty), a_g^- \geq 0.$$

h sei definiert durch

$$h[a(t), a(t^*)] = |a(t) - a(t^*)|$$

und der Zeitpunkt des ersten Eintretens des Triggerkriteriums durch

$$d_{t_c}^d = \min \{t: |a(t) - a(t - \delta)| > a_g^-, t \in T\}.$$

Der definierte Signalzustand wird hier durch eine sprunghafte Änderung des Signalverlaufes charakterisiert, d. h. der Zeitpunkt t_c wird als Zeitpunkt definiert, zu dem sich der Signalverlauf $a(t)$ innerhalb eines definierten Zeitintervalls δ um mehr als den Wert $a_g^- > 0$ ändert.

Bemerkungen

1. Neben der reinen Differenzen- oder Abstandstriggerung kann zusätzlich eine Bewertung der Flankenrichtung low—high bzw. high—low zur Charakterisierung des definierten Signalzustandes hinzugezogen werden, man spricht dann auch von Trendtriggerung. Die Funktion h wird dann ohne den Betrag definiert:

$$h(a(t), a(t^*)) = a(t) - a(t^*)$$

t_c bestimmt man bei Differenztriggerung mit Low-High-Wechsel durch

$$d_{t_c}' = \min_{t \in T} \{t: h(a(t), a(t^*)) \in H_c, H_c = [a_g, \infty), a_g > 0 \text{ fest}\}$$

und mit für High-Low-Wechsel durch

$$d_{t_c}' = \min_{t \in T} \{t: h(a(t), a(t^*)) \in H_c, H_c = [-\infty, a_g^-], a_g^- < 0 \text{ fest}\}.$$

2. Bei diskreter Triggerung mit äquidistanter Abtastfrequenz gilt:

$$|t_{i+1} - t_i| = \Delta t \quad \forall i$$

$$\delta = d \cdot \Delta t \quad \text{mit} \quad \frac{1}{\Delta t} = f_A - \text{Abtastfrequenz}$$

$$\text{und } d \in \mathbb{N}.$$

Den Zeitpunkt des ersten Eintritts des Triggerkriteriums (Differenztriggerung) erhält man nach:

$$d_{t_c}^d = \min_{t \in T} \{t: h(a(t), a(t^*)) = |a(m \cdot \Delta t) - a((m-d) \cdot \Delta t)| > a_g^-\}; \quad T := \{t: t = \Delta t \cdot m, m \in \mathbb{N}\}.$$

3. Monotonie-Triggerung

Es gelte:

$$Q = 2, t_1 = t - \delta, \delta > 0, \delta - \text{fest}$$

$$t_2 = t + \delta \text{ und}$$

$$h \text{ mit } h = (h_1, h_2)$$

sei definiert durch

$$h_1(a(t), a(t_1)) = a(t) - a(t - \delta),$$

$$h_2(a(t), a(t_2)) = a(t) - a(t - \delta),$$

$$t_e^m = \min_{t_2 \in T} \{t_2 : h_1(a(t), a(t_1)) \in H_e^1, h_2(a(t), a(t_2)) \in H_e^2\}.$$

5

Das Triggerkriterium ist hier aus dem Monotonieverhalten des Triggers $a(t)$ definierbar, es gilt:

Triggerkriterium definiert dadurch, daß das Triggersignal ein	Triggermenge H_e^1	H_e^2
Lokales Maximum annimmt	(a_g^-, ∞)	$(0, \infty)$
Lokales Minimum annimmt	$(-\infty, 0)$	$(-\infty, 0)$
(streng) monoton wachsend ist	$(0, \infty)$	$(-\infty, 0)$
(streng) monoton fallend ist	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$

10

15

A. 3. Stochastische Ansätze zur Triggerung von Meßvorgängen

20

Bisherige Betrachtungen und Definitionen zur Triggerung setzten deterministische Triggersignale voraus. Verwendet man zur Triggerung Prozeßsignale, ist dies nicht mehr gegeben (vergl. Kap. A. 2). Das am Auslösekanal k_a erfaßte Signal wird deshalb im folgenden als stochastischer Prozeß $(X_t)_{t \in T}$ aufgefaßt, wobei T i. a. als Menge von Zeitpunkten (Zeitbasis) interpretiert wird. $X_T = (X_t)_{t \in T}$, ($T \neq \emptyset$) sei eine Familie von zufälligen Variablen über einen gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ mit Werten in einem meßbaren Raum $[E, B]$. $X(t, \omega)$ kann als Abbildung von $T \times \Omega$ in E aufgefaßt werden. Für festes $t \in T$ als Funktion von ω ist $X(t, \omega)$ (\mathcal{U}, B)-meßbar $X(t, \omega) = X_t(\omega)$ für festes t .

25

Im folgenden sei $\mathcal{F}_t \subseteq \mathcal{U}$ die σ -Algebra der Ereignisse, die im Zusammenhang mit dem Prozeß X_t bis zum Zeitpunkt t eintreten können. \mathcal{F}_t sei die von den Größen $(X_s, s \leq t)$ erzeugte σ -Algebra, $\mathcal{F}_t = \sigma(X_s, s \leq t)$. ($\mathcal{F}_t)_{t \in T}$ ist dann eine aufsteigende Familie von σ -Unteralgebren von \mathcal{U} , der Form $\mathcal{F}_s \subseteq \mathcal{F}_t \subseteq \mathcal{U}$, $\forall s, t \in T$ mit $s \leq t$.

30

Definition A 4

Es sei $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $(\mathcal{F}_t)_{t \in \mathbb{R}^+}$ eine aufsteigende Familie von σ -Unteralgebren von \mathcal{U} . $B([0, t])$ sei eine σ -Algebra von Borel-Mengen über $[0, t]$. Ein zufälliger Prozeß $(X_t)_{t \in \mathbb{R}^+}$ definiert auf $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ mit Werten in $[E, B]$ heißt meßbar bzgl. der Familie (\mathcal{F}_t) , falls für jedes $t \in \mathbb{R}^+$ die Abbildung $(t, \omega) \mapsto X_t(\omega)$ aus $[0, t] \times \Omega$ in $[E, B]$ meßbar bzgl. der σ -Algebra ist, die von $B([0, t]) \times \mathcal{F}_t$ erzeugt wird.

35

Zunächst soll der Begriff der Stoppzeit eingeführt werden.

40

Definition A 5

Eine Abbildung τ von einer nichtleeren Menge $\Omega_\tau \subseteq \Omega$ mit Werten in T heißt Stoppzeit bezüglich $(\mathcal{F}_t)_{t \in T}$ oder kurz (\mathcal{F}_t) -Stoppzeit falls $\forall t \in T$ die Beziehung $\{\tau \leq t\} \in \mathcal{F}_t$ gilt.

45

Die Menge T wird ab jetzt entsprechend den Forderungen bei diskreten Meßwerterfassungssystemen als Menge diskreter Zeitpunkte betrachtet mit $T = \{t^1, t^2, \dots, t^N, \dots\}$, $N \in \mathbb{N}$.

Satz A 1

$$(X_{t_i})_{i=1,2,\dots}$$

50

sei eine Folge zufälliger Größen über $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ mit Werten in $[E, B]$, $t_i \in T \subseteq \mathbb{R}$ und $T = \{t^1, t^2, \dots, t^N, \dots\}$. h sei eine meßbare Abbildung von

55

$$e, x, \dots, x_{E_M} \rightarrow \mathbb{R} : M \in \mathbb{N}, M < \infty \text{ und } E_i \subseteq E \forall i.$$

Dann ist die Abbildung $t_e(\omega) : \Omega \rightarrow T$ mit

60

$$t_e := \min \{t_N : h \cdot (X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_e, t_i \in T, H_e \in B_R\}$$

eine (\mathcal{F}_t) -Stoppzeit.

65

Beweis

Da h eine meßbare Abbildung von $E_1 \times \dots \times E_M \rightarrow \mathbb{R}$ ist, gilt

$$h^{-1}(S^q) \in \sigma_{E_1 \times \dots \times E_M}, \quad \forall S^q \in \mathbb{B}_\mathbb{R}.$$

Es ist noch zu zeigen:

$$\{\omega : t_c(\omega) \leq t\} \in \mathcal{F}_t \quad \text{mit} \quad \mathcal{F}_t = \sigma(X_s, s \leq t); \quad \forall t \in T.$$

Dies gilt nach folgenden Beziehungen

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega : \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ M \in \mathbb{N}}} \{t_i : h(X_{i_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{i_N}(\omega)) \in H_c, \quad t_i \in T, \quad H_c \in \mathbb{B}_\mathbb{R}\} \leq t \right\} \\ &= \bigcup_{\substack{1 \leq i \leq N \\ M \in \mathbb{N}}} \left\{ \omega : h(X_{i_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{i_N}(\omega)) \in H_c, \quad t_i \in T \right\} \\ &= \bigcup_{\substack{1 \leq i \leq N \\ M \in \mathbb{N} \\ t_i \in T}} \left\{ \omega : (X_{i_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{i_N}(\omega)) \in h^{-1}(H_c) \in \sigma_{E_1 \times \dots \times E_M} \right\} \in \sigma(X_s, s \leq t) = \mathcal{F}_t. \end{aligned}$$

Im folgenden soll nun der Zeitpunkt t_c des ersten Eintretens des Triggerkriteriums auf X_T als Stopzeit eingeführt werden, wobei das Triggerkriterium jetzt über stochastische Eigenschaften und Merkmale des Prozesses X_T definiert werden soll.

Zur Beschreibung des Triggerkriteriums dient eine Abbildung h von

$$\prod_{i=1}^M E_i$$

mit Werten in einem meßbaren Raum $[H, \mathcal{H}]$ mit

$$\prod_{i=1}^M E_i = E_1 \times \dots \times E_M, \quad M \in \mathbb{N}.$$

Für feste t_1, t_2, \dots, t_N als Funktion von ω ist

$$h(X_{i_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{i_N}(\omega)) = h_{i_{N-M+1}, \dots, i_N}(\omega)(\mathbf{u}, \mathcal{X}) - \text{meßbar.}$$

Definition A 6

Es sei H_c eine Teilmenge von H und h eine Abbildung von

$$\prod_{i=1}^M E_i$$

in H . Dann bezeichnet man die Bedingung

$$h(X_{i_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{i_N}(\omega)) \in H_c$$

als Triggerkriterium (Triggerbedingung). H_c heißt Triggermenge.

Definition A

Die Abbildung t_c mit $t_c : \Omega \rightarrow T$ heißt Zeitpunkt des ersten Eintretens des Triggerkriterium $\{h \in H_c\}$ falls gilt:

$$t_i := \min \{t : h \cdot (X_{iN-M+1}(\omega), \dots, X_{iN}(\omega)) \in H_c, t_i \in T, i \in N\}.$$

Folgerung A 1

Es sei $N=1$; $[H, \mathcal{F}] := [E, B]$ und $h(t, \omega) = X(t, \omega)$ ein zufälliger Prozeß. \mathcal{F}_t sei eine aufsteigende Familie von σ -Unteralgebren von \mathcal{U} . Dann ist die Abbildung

$$t_c := \inf \{t : X_t(\omega) \in H_c, t \in T\}$$

eine (\mathcal{F}_t) -Stoppzeit.

Beweis

Folgt aus Satz A 1 mit $M=1$ und $h=I$ identische Abbildung
Es sei

$$\{X_i\}_{i \in T}, i \in N$$

eine Folge zeitlich aufeinanderfolgender gegebenenfalls abhängiger Zufallsgrößen definiert auf $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ mit Werten in $[E, B]$. Es gelte $E X_t = \mu < \infty$.

Das Triggerkriterium wird im folgenden über Eigenschaften von Stichprobenfunktionen der Folge

$$\{X_i\}_{i \in T}$$

eingeführt. Die Schätzung des Triggerzeitpunktes t_c erfolgt über die gleitende Schätzung von Stichprobenfunktionen.

a) Ermittlung von t_c über die gleitende Mittelwertschätzung

Folgerung A 2

Es sei h^1 eine Abbildung von

$$\prod_{i=1}^M E_i \text{ in } H; H_c \subseteq H; E_i = E, \forall i; \mathcal{F} = \sigma(X_s, s \leq t) \text{ dann ist } m_t^1 \text{ mit}$$

$$m_t^1 := \min \{t_N : h^1(X_{iN-M+1}(\omega), \dots, x_{iN}(\omega)) \in H_c, t_i \in T, \forall i \in N\},$$

wobei gilt

$$h^1(X_{iN-M+1}(\omega), \dots, X_{iN}(\omega)) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N X_{iN-M+1}(\omega),$$

eine (\mathcal{F}_t) -Stoppzeit.

Beweis

Folgt aus Satz A 1 und Meßbarkeitseigenschaften mit

$$h \cdot (X_{iN-M+1}(\omega), \dots, X_{iN}(\omega)) = \sum_{i=1}^N X_{iN-M+1}(\omega)$$

das heißt, als Linearkombination meßbarer Größen $X_{it}(\omega)$ ist h wieder meßbar.

b) Ermittlung von t_c über gleitende Momentenfunktionenschätzung

Folgerung A 3

Es sei m_h^K eine Abbildung von

$\prod_{i=1}^M E_i$ in H ; $H_e \subseteq H$; $E_i = E$, $\forall i$; $\mathcal{F}_t = \sigma(X_s, s \leq t)$ dann ist $m_{t_e}^K$ mit

$$m_{t_e}^K := \min \{t_N : m_{h^K}(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_e, t_i \in T, \forall i \in N\},$$

wobei gilt

$$m_{h^K}(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) = \frac{1}{M} \sum_{t_i = t_{N-M+1}}^{t_N} X_{t_i}^K(\omega),$$

eine (\mathcal{F}_{t_i}) -Stopzeit

Beweis

m_{h^K} ist nach Meßbarkeitseigenschaften eine meßbare Funktion, die Aussage folgt somit aus Satz A 1 ■.

Bemerkung

Für $K=2$ entspricht die gleitende Schätzung der 2. Momentenfunktion einer Schätzung des Effektivwertes zum Quadrat der Folge

$$\{X_{t_i}\}_{t_i \in T}.$$

c) Ermittlung von t_e über gleitende zentrierte Momentenfunktionsschätzung

Folgerung A 4

Es sei z_{h^K} eine Abbildung von

$\prod_{i=1}^M E_i$ in H ; $H_e \subseteq H$; $E_i = E$, $\forall i$; $\mathcal{F}_t = \sigma(X_s, s \leq t)$, dann ist $z_{t_e}^K$ mit

$$z_{t_e}^K := \min \{t_N : z_{h^K}(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_e, t_i \in T, \forall i \in N\},$$

wobei gilt

$$z_{h^K}(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) = \frac{1}{M} \sum_{t_i = t_{N-M+1}}^{t_N} |X_{t_i}(\omega) - \mu|^K,$$

eine (\mathcal{F}_{t_i}) -Stopzeit.

Beweis

Analog Beweis Folgerung A 3.

Bemerkungen

1. Für $K=2$ entspricht die gleitende Schätzung der 2. zentrierten Momentenfunktion der Schätzung der Streuung der Folge

$$\{X_{t_i}\}_{t_i \in T}.$$

2. Ist μ unbekannt, wird μ durch die Schätzung $h^1(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega))$ gemäß Folgerung A 2 ersetzt.

Der wesentliche Nachteil stochastischer Ansätze zur Definition von Triggerzeitpunkten auf Basis von Stichprobenfunktionen liegt in der Trägheit der Indikation des Triggerkriteriums sowie in den geringen Möglichkei-

ten der Anpaßbarkeit an spezielle Signalstrukturen des Auslösekanals. Die Realisierung dieser Triggerung mittels rechnergestützter Meßwerterfassungssysteme erfordert einen hohen Speicherbedarf sowie extrem hohe Verarbeitungsgeschwindigkeiten. Die Überwindung dieser Nachteile ist unter Nutzung von Verfahren der stochastischen Approximation zur Konstruktion rekursiver Triggervorgänge möglich. Von großem praktischen Interesse sind Verfahren, die mittels rechnergestützten Meßwerterfassungssystemen in Echtzeit und mit geringem Speicherplatzbedarf realisierbar sind.

A. 4. Triggerung auf Basis von Verfahren der stochastischen Approximation

Die Bestimmung des Triggerzeitpunktes erfolgt auch hier über die Schätzung von Kenngrößen von Stichprobenfunktionen. Zur Schätzung erfolgt die Konstruktion rekursiver Verfahren der Gestalt:

$$S_0 = s_0,$$

$$S_{iN+1} = S_{iN} - \gamma_{iN} \cdot W[S_{iN}, X_{iN}(\omega)],$$

wobei W eine meßbare Funktion, definiert auf $\mathbb{R} \times E$ mit Werten in \mathbb{R} , darstellt. Für die Folge γ_{iN} gilt:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{iN} = \infty \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{iN}^2 < \infty.$$

Die Konvergenz dieser Verfahren kann mittels Methoden der stochastischen Approximation nachgewiesen werden. Dabei liefert die Theorie der stochastischen Approximation sowohl die Möglichkeit eine Vielzahl derartiger rekursiver Schätzfunktionen zu konstruieren, als auch Grundgedanken für eine adaptive Gestaltung dieser Prozeduren.

Unter Adaptivität wird dabei eine Anpassung der Schätzalgorithmen an veränderte Strukturbedingungen (Instationaritäten) der Prozesse verstanden, wobei gegebenenfalls ein Verzicht auf Konvergenz im klassischen Sinne erfolgt. Diese Herangehensweise wird ausführlich im Abschnitt B beschrieben.

Auf der Basis der allgemeinen Ansätze zur stochastischen Approximation erfolgt die Konstruktion rekursiver Schätzverfahren für Kenngrößen von Stichprobenfunktionen. Dabei werden im folgenden Ergebnisse von Abschnitt B zur Definition und Ermittlung des Triggerzeitpunktes t_e verwendet. Die Verfahren zeichnen sich durch eine hohe Prozeßanpaßbarkeit aus.

Von großer Bedeutung ist dabei die Wahl der Folge γ_n , über die die Geschwindigkeit der Anpassung (Adaption) von Kenngrößen an Signalstrukturen und Muster gesteuert werden kann. Auf Wirkungsweise und Definitionsmöglichkeiten der Folge γ_n wird im Abschnitt B. 2 ausführlich behandelt.

a) Schätzung von t_e über die rekursive Schätzung von Momentenfunktionen

Folgerung A 5

Es sei m_h^K eine Abbildung von

$E_1 \times E_2$ in H , $H_e \subseteq H$, $E_1 = E$, $E_2 = H$; und $\mathcal{F}_t = \sigma\{X_s, s \leq t\}$, dann ist $m_{t_e}^K$ mit

$$m_{t_e}^K := \min \{t_N : m_h^K(m_{t_N-1}^K, X_{t_N}) \in H_e, \forall t_i \in T\},$$

wobei m_h^K rekursiv gemäß

$$m_{h_0}^K = c - \text{constant},$$

$$m_{h_{iN}}^K = m_h^K(m_{h_{iN-1}}^K, X_{iN}) = m_{h_i}^K - \gamma_{iN}(m_{h_{iN-1}}^K - X_{iN}^K)$$

berechnet wird, eine (\mathcal{F}_t) -Stoppzeit.

Beweis

h ist als Funktion meßbarer Größen wieder meßbar und erfüllt somit die Bedingungen vom Satz 1 ■.

Bemerkungen

1. Für $K=1$ erfolgt die Schätzung der Mittelwertfunktion der Folge $\{X_i\}$.
2. Für $K=2$ erfolgt die Schätzung des quadratischen Effektivwertes der Folge $\{X_i\}$.

b) Schätzung von t_c auf Basis der Schätzung zentrierter Momentenfunktion

Folgerung A 6

Es sei z_{h^k} eine Abbildung von

$H \times E$ in H , $H_c \subseteq H$; und $\mathcal{F}_t = \sigma\{X_s, s \leq t\}$, dann ist $z_{t_c^k}$ mit

$$z_{t_c^k} := \min\{t_N \cdot z_{h^k}(m_{h_{N-1}}, X_{t_N}(\omega)) \in H_c, \forall t_i \in T\},$$

wobei z_{h^k} rekursiv gemäß

$$z_{h_0^k} = c - \text{constant},$$

$$z_{h_N^k} = z_{h_{N-1}^k} - \gamma_{t_N} (z_{h_{N-1}^k} - (X_{t_N}^k - \mu)^k)$$

berechnet wird, eine (\mathcal{F}_t) -Stopzeit.

Beweis

Analog Beweis Folgerung A 5 ■.

Bemerkungen

1. Für $K=2$ erfolgt die Schätzung der Streuung der Folge $\{X_t\}$.
2. Ist μ unbekannt, wird μ durch die Schätzung $m_{h_{N-1}}$ gemäß Folgerung A 5 ersetzt.

c) Schätzung von t_c auf Basis der Schätzung von Quantilwerten

Sei

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$$

eine Folge von identisch verteilten Zufallsgrößen mit der Verteilungsfunktion F_X .

Definition A 8

Z_α heißt α -Quantil der Verteilung F_X , falls gilt

$$F_X(Z_\alpha) \leq \alpha \leq F_X(Z_\alpha + 0) \text{ mit } 0 < \alpha < 1.$$

Im Abschnitt B. 1 wird ein rekursives Verfahren zur Schätzung der α -Quantile durch

$$Q_0(0) = q \text{ Startwert, constant}$$

$$Q_N = Q_N + \gamma_{t_N} \cdot \gamma_{t_{N+1}}(Q_N, X_{t_{N+1}}(\omega)),$$

$$\text{mit } \gamma_{t_N}(x, X_{t_N}(\omega)) = \begin{cases} \alpha - 1 & \text{für } X_{t_N}(\omega) < x \\ \alpha & \text{für } X_{t_N}(\omega) \geq x \end{cases}$$

$$= \alpha - I_{\{X_{t_N}(\omega) < x\}}(\omega),$$

$$\text{wobei } I_A(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \omega \in A \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\text{für } \{\gamma_{t_N}\}_{N=1,2,\dots} \text{ gelte: } \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{t_N} = \infty, \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{t_N}^2 < \infty$$

beschrieben.

Auf der Basis dieses Verfahrens erfolgt die Definition zweier Toleranzbereichsgrenzen für die Zufallsgrößen

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$$

die einen prozentualen Anteil $\alpha \cdot 100\%$ dieser Zufallsgrößen einschließen.

Die Toleranzbereichsgrenzen Z_t^+ und Z_t^- werden rekursiv nach

$Z_{t_0}^+ = z_0^+$ Startwert, fest, beliebig.

5

$Z_{t_{N+1}}^+ = Z_{t_N}^+ + \gamma_{t_N} \cdot [\alpha - I_A(\omega)];$

$A = \{\omega : X_{t_N}(\omega) < Z_{t_N}^+\}$

und

10

$Z_{t_0}^- = z_0^-$ Startwert, fest, beliebig.

$Z_{t_{N+1}}^- = Z_{t_N}^- - \gamma_{t_N} \cdot [\alpha - I_B(\omega)]; B = \{\omega : X_{t_N}(\omega) > Z_{t_N}^-\}$

15

bestimmt

Z_t^+ — heißt oberer Schwellwert zum Zeitpunkt t_i ;

20

Z_t^- — heißt unterer Schwellwert zum Zeitpunkt t_i .

Im folgenden werden Triggerzeitpunkte t_e des ersten Eintretens eines definierten Signalzustandes eingeführt, wobei die Definition des Triggerkriteriums über stochastische Kenngrößen auf Basis der Schwellwerte Z_t^+ , Z_t^- erfolgt.

25

$Q_{t_e}^A : = \min \{t_N : Q_{h^A}(t_N, \omega) \in H_e, t_N \in T, H_e \in H\}$

mit $Q_{h^A}(t_N, \omega) = Z_{t_N}^+(\omega) - Z_{t_N}^-(\omega).$

30

Starke Schwankungen in der Folge der Zufallsgrößen

$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$

35

werden durch das Ansteigen der Intervallbreite

$Z_{t_N}^+ - Z_{t_N}^- > a_t, a_t \in \mathbb{R}^+,$

40

z. B. über einen Grenzwert a_g angezeigt.

Aussagen über Monotonie — Verhalten der Folge der Zufallsgrößen

$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$

45

erhält man z. B. durch

$Q_{t_e}^{nw}$ mit $Q_{t_e}^{nw} : = \min \{t_N : a_{t_N}^+ > n_w\},$

50

wobei $\left(a_i^+ = \left[\sum_{j=1}^i I_{\{X_{t_j} > Z_{t_{j-1}}^+\}}(\omega) \right] \cdot I_{\{X_{t_i} > Z_{t_{i-1}}^+\}}(\omega) \right).$

55

Dabei gibt $Q_{t_e}^{nw}$ den Zeitpunkt an, zu dem sich in der Folge der Zufallsgrößen

$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$

60

ein monotoner Trend (monoton wachend) der Länge n_w zeigt.

Analog gilt für Abschnitte der Länge n_f , in denen die Folge

$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$

65

monoton fällt:

$$\tau_{\epsilon}^F := \min \{t_N : a_{t_N} > n_F\}$$

$$\text{mit } a_{t_i} = \left[\sum_{j=1}^N I_{|X_{t_i}(\omega) \leq Z_{t_i-1}^-|}(\omega) \right] \cdot I_{|X_{t_i}(\omega) < Z_{t_i-1}^-|}(\omega).$$

Bemerkungen

1. Über die Schwellwerte Z_t^+ und Z_t^- lassen sich eine große Vielzahl von Signaleigenschaften beschreiben, die gleichzeitig zur Definition von Triggerkriterien herangezogen werden können.
2. Eine optimale Anpassung von Kenngrößen über Quantilwertschätzungen läßt sich durch geeignete Wahl von γ_t und α erreichen.

d) Rekursive Schätzung für Werte von Korrelationsfunktionen

Es seien

$$\{X_t\}_{t=1,2,\dots}, \quad \{Y_t\}_{t=1,2,\dots}$$

zwei Folgen von Zufallsgrößen mit

$$Y_{t_i} = f \cdot (X_{t_i+v}), \quad v \in \mathbb{R}^+, \quad f \text{ - meßbar, es gelte}$$

$$\tau = v \cdot \Delta t, \quad \Delta t := (t_{i+1} - t_i), \quad \forall t \quad \text{und} \quad \{X_{t_i}\}$$

sei eine Folge unabhängiger Zufallsgrößen.

Durch

$$R_0(v) = r_0,$$

$$R_{t_{N+1}}(v) = R_{t_N}(v) - \gamma_{t_N} (R_{t_N}(v) - X_{t_{N+1}} \cdot X_{t_{N+1}+v})$$

ist eine rekursive Schätzung für die Autokorrelation des Prozesses X_T gegeben.Mit $\tau_{\epsilon}^{\text{Aut}}$, wobei

$$\tau_{\epsilon}^{\text{Aut}} := \min \{t_N : R_{t_N}(R_{t_{N-1}}, X_{t_{N+1}}, Y_{t_{N+1}+v}) \in H_{\epsilon}\}$$

wird der Triggerzeitpunkt eingeführt, zu dem die rekursive Punktschätzung der Autokorrelationsfunktion des Prozesses X_t in der Triggermenge H_{ϵ} liegt.Analog ist über die Kreuzkorrelation zweier Prozesse X_T, Y_T (nach obiger Definition) ein Triggerkriterium definierbar. $\tau_{\epsilon}^{\text{Cross}}$ ist dabei definiert durch

$$\tau_{\epsilon}^{\text{Cross}} := \min \{t_N : C_{t_N}(C_{t_{N-1}}, X_{t_{N+1}}, Y_{t_{N+1}+v}) \in H_{\epsilon}\}$$

$$\text{mit } C_0(v) = c_0,$$

$$C_{t_{N+1}}(v) = C_{t_N}(v) - \gamma_{t_N} (C_{t_N}(v) - X_{t_{N+1}} \cdot Y_{t_{N+1}+v})$$

und somit der erste Zeitpunkt, zu dem die rekursive Schätzung für die Kreuzkorrelation der Folgen

$$\{X_{t_i}\}_{i=1,2,\dots}, \quad \{Y_{t_i}\}_{i=1,2,\dots}$$

Werte in H_{ϵ} annimmt.

Die Konvergenz beider rekursiver Verfahren für die Schätzung von Werten der Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion für Folgen von Zufallsgrößen entsprechend den obigen Bedingungen folgt aus Satz A 2.

Satz A 2

Es sei

$$\{X_n, Y_n\}_{n=0,1,2,\dots}$$

eine Folge zweidimensionaler zufälliger Vektoren mit

$$\{X_n\}_{n=0,1,2,\dots}$$

einer Folge von unabhängigen Zufallsgrößen und

$$Y_n = g \cdot X_{n+v}$$

g und f seien meßbare Abbildungen.
Durch

$$Z_n = f \cdot (X_n, g \cdot X_{n+v})$$

sei eine Folge von Zufallsgrößen

$$\{Z_n\}_{n=0,1,2,\dots}$$

definiert.

$$\mathcal{F}_u = \sigma(Z_n, t_n \leq u)$$

ist die σ -Algebra der Ereignisse, die bis zum Zeitpunkt u in Zusammenhang mit dem zufälligen Prozeß Z_n eingetreten sind. Unter der Bedingung, daß

$$a) E = Z_n^{2(k+1)} < \infty,$$

$$b) \gamma_t = \frac{C}{t+1} \quad \text{mit } t = 0, 1, 2, \dots, \quad c = \text{constant} \text{ gelten,}$$

konvergiert die Schätzfunktionsfolge $\{M_t\}$ mit

$M_0 = m_0$, beliebig, Startwert,

$$M_{t+1} := M_t + \gamma_t (Z_t^K - M_t), K \in \mathbb{N}$$

mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen den Erwartungswert

$$E Z_t^K = \mu_K.$$

Beweis

Der Beweis des Satzes folgt aus Punkt B0. In der dortigen Terminologie mit $\xi_t = Z_t$, $a(t) = \gamma_t$ wurde gezeigt, daß eine stationäre stark mischende Folge von Zufallsgrößen $Z_t(\omega)$ über einem Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$, wobei für

$$\mathcal{F}_u = \sigma(Z_n, t_n \leq u),$$

insbesondere die Bedingung

$$\alpha(\tau) = \sup_{s>0} \sup_{A \in \mathcal{F}_0} |P(A \cap B) - P(A) \cdot P(B)| \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} 0 (*)$$

$$A \in \mathcal{F}_0$$

$$B \in \mathcal{F}_{\tau+\tau}$$

erfüllt ist und unter den Bedingungen a) und b) des Satzes die oben definierte Schätzfunktionsfolge $\{M_t\}$ mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen $E Z_t^K = \mu_K$ konvergiert. Es bleibt zu zeigen, daß \mathcal{F}_u die Bedingung (*) erfüllt.

Es sei $\tau > t_{N+v} - t_N$.

Es gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_s &= \sigma(Z_N : t_N \leq s) = \sigma(f \cdot (X_N \cdot g \cdot (X_{N+v})) : t_N \leq s) \\ \mathcal{H}_{s+\tau} &= \sigma(Z_N : t_N \geq s + \tau) = \sigma(f \cdot (X_N \cdot g \cdot (X_{N+v})) : t_N \geq s + \tau) \end{aligned}$$

$$X_1, \dots, X_N, X_{N+1}, \dots, X_{N+v}, \dots, X_M, \dots$$

sei eine Folge unabhängiger Zufallsgrößen.
Es gilt:

$$((X_i, X_j), (X_K, X_l))$$

sind unabhängige zufällige Vektoren mit $i \neq j \neq K \neq l$, wobei o. B. d. A. $i < j < K < l$ gelte. Aufgrund von Meßbarkeitseigenschaften gilt für die zufälligen Größen

$$f_i = f \cdot (X_i, g \cdot X_j) \quad \text{und} \quad f_j = f \cdot (X_K, g \cdot X_l)$$

mit f -meßbare Funktion, daß $f_1(\omega)$ und $f_2(\omega)$ unabhängig sind.

Setzt man $t_i = t_N$; $t_j = t_{N+v}$; $t_K = t_{N+w}$ und $t_l = t_{N+w+v}$ mit $t_{N+w} - t_N \geq \tau$ und $w > v$, so sind die Zufallsgrößen

$$Z_N = (f \cdot (X_N \cdot g \cdot (X_{N+v}))) \quad \text{und}$$

$$Z_{N+w} = (f \cdot (X_{N+w} \cdot g \cdot (X_{N+w+v})))$$

unabhängig. Setzt man o. B. d. A. $s = t_N$, so folgt wegen der Unabhängigkeit von

$$(Z_N, Z_{N+w}) \quad \text{mit} \quad w > v \quad \text{und} \quad t_{N+w} - t_N \geq \tau$$

$$\alpha(\tau) = 0$$

und damit der Beweis des Satzes ■.

Bemerkungen

1. Für $g = I$ erhält man ein rekursives Schätzverfahren für die Autokorrelationsfunktion von $\{X_i\}$.
2. Gilt

$$Y_{iN} = g \cdot X_{iN+v},$$

so erhält man ein rekursives Schätzverfahren für die Kreuzkorrelation zwischen

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots} \quad \text{und} \quad \{Y_i\}_{i=1,2,\dots},$$

die Struktur

$$Y_{iN} = g \cdot X_{iN}$$

ist in praktischen Anwendungen häufig gegeben, etwa bei Stoßfortpflanzung über eine Welle bzw. Beeinflussungen zwischen benachbarten Meßstellen biomedizinischer Signale.

3. Ein zur Autokorrelation ähnliches Verfahren, das in praktischen Anwendungen (insbesondere zur Überwachung auf spezielle Frequenzkomponenten anwendbar ist, erhält man über

$$f(X_N, X_{N+v}) = |X_N - X_{N+v}|.$$

3.5. Konstruktion von Verfahren zur Struktur- und Mustererkennung mittels komplexer Triggerung

Es sei $\{k^1, \dots, k^L\}$ eine Teilmenge der Menge der Auslösekanäle K_a und a^1, \dots, a^L , die entsprechend dem Auslösekanal erfaßbaren Triggersignale (deterministische, stochastische oder Mischstrukturen). Zur Vereinfachung der Darstellung wird eine graphische Symbolik vergl. Fig. A 5 zur Kennzeichnung von Triggermodulen eingeführt

Als Triggermodul TM^i bezeichnet man dabei einen Algorithmus A_i (Rechnerprogramm-Modul), der den Zeitpunkt t_e^i des ersten Eintretens eines Triggerkriteriums

$$\{h(a) \in H_e^i\}$$

bestimmt.

Es sei $a = (a^1, \dots, a^L)$ der Vektor der Auslösekanäle und

$$a^i = (a_{N-M+1}^i(\omega), \dots, a_N^i(\omega))$$

eine Stichprobenfunktion des Meßkanals i mit der Zeitbasis $\{t_{N-M+1}, \dots, t_N\}$. h sei eine meßbare Funktion mit h :

$$E_1^1 \times \dots \times E_M^1 \times \dots \times E_1^L \times \dots \times E_M^L \rightarrow \mathbb{R}.$$

Dann läßt sich durch

$$\{h(a^1, \dots, a^L) \in H_e, H_2 \in \mathbb{R}\}$$

ein mehrkanaliges Triggerkriterium konstruieren.

Definition A 9

Eine Triggerung heißt komplexe Triggerung, falls der Zeitpunkt t_a der Auslösung des Start/Stopp eines Meßvorganges als logisch arithmetischer Ausdruck von Zeitpunkten t_e des ersten Eintretens von Triggerkriterien und zeitlichen Verzögerungskonstanten t_v darstellbar ist.

Eine allgemeine Darstellung einer komplexen Triggerung wird in Fig. A 6 gegeben. Komplexe Triggerverfahren dienen der Indikation von Signalmustern und Strukturen, die entsprechend einer technischen oder medizinischen Problemstellung definiert werden. Anwendungen dieser Methode sind im Ausführungsbeispiel beschrieben, dabei wurde folgendes Konstruktionsprinzip verwendet. Es beruht auf mehreren Verfahrensschritten:

1. Voruntersuchungen zur Signalstruktur der Triggersignale

- Reproduzierbarkeit,
- Variantenvielfalt und -breite,
- zeitliche Regimes in Mustern,
- Zeitsynchronität zwischen unterschiedlichen Kanälen zur Ermittlung von Verzögerungskonstanten.

2. Signalsegmentierung:

Untersuchung der Triggersignale in bezug auf mathematisch beschreibbare Signaleigenschaften, Bestimmung von Signalabschnitten gleicher Eigenschaften und Charakterisierung der zeitlichen Abfolge von Segmenten unterschiedlicher Signaleigenschaften.

3. Auswahl, Anpassung und Optimierung der Triggerverfahren zur Erkennung der Signaleigenschaften in den einzelnen Segmenten Auswahl des Triggerkriteriums, Wahl der Folge γ_n , Einstellung von Regelgrößen (α u. a.).

4. Arithmetische und logische Verknüpfung, vergl. Fig. A 6 der prozeßangepaßten Triggerverfahren entsprechend dem zeitlichen Regime der zu erkennenden Muster und Strukturen.

Bemerkungen

1. Für mehrkanalige Untersuchungen liegt entweder Unabhängigkeit der Triggersignale a^1, \dots, a^L vor, oder sie wird im Modell vorausgesetzt, so daß bei stochastischen Signalstrukturen bzgl. der entsprechenden Wahrscheinlichkeitsräume keine zusätzlichen Überlegungen notwendig sind.

2. Bei der Verallgemeinerung der Triggerbegriffe, ausgehend von dem technisch bekannten Stand, bietet die Einführung der mathematischen Struktur Stoppzeit die Möglichkeit, die in der Arbeit konstruierten Triggerkriterien in einheitlicher Form zu definieren und unter Ausnutzung von Eigenschaften von Stoppzeiten zu einem verallgemeinerten Modell der Triggerung zu gelangen. Von großer praktischer Bedeutung ist dabei die Tatsache, daß logische und arithmetische Verknüpfungen (Mehrkanalanalyse) im allgemeinen nicht aus Stoppzeitenmodellen herausführen.

A. 6. Zeitliche dynamische Triggerung in Meßwerterfassungssystemen

Es sei $a(t)$ ein Triggersignal und $k_a \in K$ der dazugehörige Triggerkanal. Die Folge

$\{t_i\}_{i=1,2,\dots}$

charakterisiere Auslösezeitpunkte bzgl. Triggerkriterien auf $a(t)$ gemäß (A.1/1).

5

Definition A 10

Unter zeitlich dynamischer Triggerung von Meßwerterfassungssystemen versteht man die Erfassung (Messung) von Werten x_i auf einem oder mehreren Meßkanälen (k^1, \dots, k^n) , $k^i \in K$ mit der Zeitbasis T^a , wobei als Zeitbasis T^a die Folge der Auslösezeitpunkte

$$T^a = \{t_i^a\}_{i=1,2,\dots}$$

15 auf $k_a \in K$ dient. Als Ergebnis einer zeitlich dynamisch getriggerten Meßwerterfassung liegen Meßreihen der Form

$$x_i = (x_{i1}^1, \dots, x_{iN_i}^{N_i}) \quad \text{mit } k^i \in K, 0 < N_i < \infty$$

20

vor.

Zur Ermittlung der Zeitpunkte t_i^a können Verfahren gemäß A.1. bis A.4. herangezogen werden. Die praktische Bedeutung von Verfahren der zeitlich dynamischen Triggerung liegt in ihrem Beitrag zur Lösung von Problemstellungen wie

25

1. Optimierung des Verhältnisses Abtastfrequenz zu Datenmenge,
2. Datenreduktion durch ereignisbezogene Meßwertaufnahme,
3. Konstruktion von Überwachungsverfahren mit geringem Speicherplatzbedarf.

30 Anhand der Optimierung von Abtastfrequenzen soll im folgenden Methodik und Konstruktionsprinzipien zeitlich dynamischer Triggervorgänge dargestellt werden.

Algorithmen zur Wahl der Abtastfrequenz f_A (bzw. der Zeitbasis T)

35 Die Fragestellung nach der Wahl der Abtastfrequenz f_A im Sinne einer Optimierung des Verhältnisses Abtastfehler und Datenmenge ist in der Literatur als Abtasttheorem bekannt und behandelt worden, dabei wird gefordert

$$40 \quad \frac{1}{f_A} \leq \frac{\eta}{f_g}$$

f_g — obere Grenzfrequenz des Signales $a(t)$.

Dies setzt für das Leistungsspektrum $S_{AA}(f)$ von $a(t)$ voraus, daß gilt:

$$45 \quad S_{AA}(f) = 0; \quad \forall f > f_g. \quad (\text{A.6/1})$$

In den meisten praktischen Anwendungen ist $a(t)$ ein stochastisches Signal mit Tiefpaßverhalten und somit (A.6/1) nur in wenigen Fällen gegeben. Unter anderem werden in der Literatur Verfahren zur Bestimmung der Abtastzeit und entsprechende Fehlerabschätzungen gegeben. Grundgedanke der dort angegebenen Verfahren ist es, die Optimierung der Abtastfrequenz über die Ermittlung der Zeitpunkte der Mittelwertdurchgänge bzw. der Zeitpunkte des Auftretens von Signalextrema zu erreichen. Die Ermittlung dieser Zeitpunkte kann man über die folgenden adaptiven Triggervorgänge vollziehen.

55

Ermittlung der Zeitpunkte der Mittelwertdurchgänge

Es sei T^m eine äquidistante Zeitbasis mit

$$60 \quad T^m = \{t_i^m\}_{i=1,2,\dots}, \quad \Delta t_i^m = \tau^m, \quad \forall i \quad \text{und} \quad \{X_i^m\}$$

ein stochastischer Prozeß mit der Zeitbasis T^m . Aus der praktischen Problemstellung heraus muß gesichert sein, daß τ^m kleiner als die kleinste Zeitspanne zwischen zwei Mittelwertdurchgängen gewählt werden kann. Aus diesem Grunde wird τ^m oft als

65

$$\tau^m = \frac{1}{f_{A \max}}$$

angesetzt, wobei f_A^{\max} die maximal mögliche Abtastfrequenz des Meßwerterfassungssystems darstellt. Im anderen Fall ist S für die Problemstellung ungeeignet. Zur Konstruktion des Verfahrens verwendet man die Abbildung ${}^m h^1$ aus Folgerung A 5 (adaptive Mittelwertbildung). Der Einfachheit halber setzt man ${}^m h^1 = h$.

Es gilt:

$$h_0 = c - \text{constant},$$

$$h_n^m = h_{n-1}^m - \gamma_n (h_{n-1}^m - X_n^m).$$

Ein Mittelwertdurchgang wird dann durch

$$Y_{i_n} = \begin{cases} \Phi h_n^m \in [X h_{n-1}^m, h_n^m]^* \\ 1 \quad h_n^m \in [X h_{n-1}^m, h_n^m]^* \end{cases}$$

charakterisiert;

man definiert $[a, b]^* := [\min \{a, b\}, \max \{a, b\}]$.

Die mittlere Zeitspanne zwischen zwei aufeinander folgenden Mittelwertdurchgängen im Intervall I_k mit $I_k = [t_1^m, t_k^m]$ berechnet sich dann nach

$$\tau_{\text{mittel}} = \frac{\tau \cdot k}{\gamma^k},$$

wobei

$$\gamma^k = \sum_{i=2}^k Y_{i_1}^m$$

gilt. Durch

$$\gamma^k = \sum_{i=2}^k Y_{i_1}^m = \sum_{i=2}^k I_{[h_{i_1}^m \in (X_{i_1}^m, X_{i_1}^m)]},$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=2}^k |\text{sgn}(X_{i_1}^m - h_{i_1}^m) - \text{sgn}(X_{i_1}^m - h_{i_1}^m)|$$

wird eine einfache Berechnungsvorschrift für γ^k gegeben. Die Zeitpunkte der Mittelwertdurchgänge

$$\xi_0^m = \min \{t_n^m : Y_n^m = 1, t_n^m \in T^m\},$$

$$\xi_l^m = \min \{t_n^m : Y_n^m = 1, t_n^m > \xi_{l-1}^m, t_n^m \in T^m\} \quad (**)$$

sind wegen dem Triggerkriterium

$${}^m h_{i_n}^1 \in [X_{n-1}^m, X_n^m]$$

nach Folgerung A 5 Stoppzeiten bzgl. \mathfrak{B}_t .

Die Bestimmung einer prozeßangepaßten Zeitbasis

$$T^p = \{X_i^p\}_{i=1,2,\dots}$$

für die Abtastung des Prozesses $\{X_t\}$ ist u. a. auf Grundlage folgender Kenngröße mit

$$\tau^p = \min \{\xi_l - \xi_{l-1}, \xi_l \text{ nach } (**)\} \quad \text{und}$$

$$T^p = \{\xi_i^p\}_{i=1,2,\dots} = \left\{ i \cdot \frac{\tau^p}{2} \right\}_{i=1,2,\dots}$$

möglich.

B. Anwendung von Methoden der stochastischen Approximation zur Konstruktion adaptiver Schätzfunktionenfolgen

B.0. Stochastische Approximation

In der Theorie der stochastischen Approximation wird davon ausgegangen, daß eine in ihrem Verlauf unbekannte Funktion $R(x)$ in beliebigen Punkten x der reellen Achse E_1 "gemessen" werden kann. Nur gewisse Charakteristika der Funktion $R(x)$, betreffs ihrer Stetigkeit, Monotonie usw. seien gegeben und insbesondere sei bekannt, daß die Gleichung

$$R(x) = \alpha, \alpha \in E_1 \quad (B/1)$$

eine eindeutige Lösung x_0 besitzt. Eine Aufgabe wird nun darin gesehen, mit Hilfe der Meßdaten von $R(x)$ (der Meßfehler sei dabei nicht vernachlässigbar) eine Folge konsistenter Punktschätzungen für x_0 zu konstruieren.

Diese Aufgabe ist folgendermaßen lösbar:

Es sei $Y_{t+1}(X(t), \omega)$ das Resultat der Messung in $X(t)$ zur Zeit $t+1$. In einer einfachen Situation ist z. B.

$$Y_{t+1}(X(t), \omega) = R(X(t)) + G(t+1, X(t), \xi(t+1, \omega)) \quad (B/2)$$

wobei die $\xi(t, \omega)$ eine Folge unabhängiger Zufallsgrößen sind, die über einem gewissen Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ definiert sind,

$$E G(t, x, \xi(t, \omega)) = 0 \text{ für ein beliebiges } x \in E_1, t = 1, 2, \dots$$

und $G(t, x, y)$ eine unbekannte Funktion der Veränderlichen t, x, y ist.

Die Meßwerte Y_t werden nun als "Korrekturgrößen" in einer rekurrent definierten Schätzfunktionenfolge für x_0 folgendermaßen genutzt:

$$X(0) = x; x \in E_1, t = 0, 1, 2, \dots$$

$$X(t+1) - X(t) = a(t) Y_{t+1}(X(t), \omega) \quad (B/3)$$

Dabei ist $a(t)$ eine Folge positiver Zahlen, die den Bedingungen

$$\sum_{t=0}^{\infty} a(t) = \infty, \quad \sum_{t=0}^{\infty} a^2(t) < \infty \quad (B/4)$$

genügt.

Unter geeigneten Voraussetzungen an $R(x)$ konvergiert dieser, in einer grundlegenden Arbeit von Robbins und Monro 1951 definierte Prozeß gegen x_0 .

In zahlreichen folgenden Arbeiten wurden die Ergebnisse von Robbins und Monro verallgemeinert. Statt der zunächst gezeigten Konvergenz im Quadratmittel, wurde unter schwächeren Voraussetzungen auch für den Fall, daß x und $R(x)$ Vektoren aus E_n (n -dimensionaler Euklidischer Raum) sind und Modifikationen des Prozesses (B/3), Konvergenz mit Wahrscheinlichkeit Eins bewiesen.

Satz B 1

Ein zufälliger Prozeß $X^{m, X(m)}(t)$ mit diskreter Zeit sei definiert nach der rekurrenten Beziehung

$$X(t+1) = \Phi(t+1, X(t), \omega) \quad (B/5)$$

$\Phi(t, x, \omega)$, $t=0, 1, 2, \dots$ $x \in E_1$, sei eine Menge vektorieller Größen, gegeben über einem Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ und genüge folgenden Bedingungen:

A1. Die Funktion $\Phi(t, x, \omega)$ mit Werten aus E_1 sei $\mathcal{B}_1 \times \mathcal{U}$ - meßbar für jedes $t=0, 1, 2, \dots$ (mit \mathcal{B}_1 wird die σ - Algebra der Borelmengen bezeichnet).

A2. Es existiere eine Familie von σ -Algebren \mathcal{F}_n von Teilmengen der Menge Ω derart, daß $\mathcal{F}_m \subset \mathcal{F}_n$ für $m < n$, und die Familie $\Phi(n, x, \omega)$ sei \mathcal{F}_n - meßbar und unabhängig von \mathcal{F}_{n-1} .

Dann ist der Prozeß $X^{m, X(m)}(t)$ mit der Anfangsbedingung $X(m)$ (meßbar bzgl. der σ -Algebra \mathcal{F}_m) markovsch. Seine Übergangsfunktion ist gegeben durch

$$P(u, x, u+1, \Gamma) = P(\Phi(u+1, x, \omega) \in \Gamma)$$

mit $\Gamma \in \mathcal{B}_1$.

Mit den Bezeichnungen C_2^0 für die Menge der reellwertigen zweimal stetig differenzierbaren Funktionen, deren zweite partielle Ableitungen beschränkt sind,

$$\rho(x, B) = \inf_{y \in B} \rho(x, y)$$

für den Abstand des Punktes x von der Menge B ,

$$U_\epsilon(B) = \{x \in E : \rho(x, B) < \epsilon\} \text{ (Epsilonumgebung von } B) \text{ und } U_{\epsilon, 1/\epsilon}(B) := (E \setminus U_\epsilon(B)) \cap \{x : |x| < 1/\epsilon\}$$

gilt.

Satz B 2

Es sei ein markovscher Prozeß $X^*(n)$ nach der Rekursionsformel

$$X(t+1) - X(t) = a(t)[R(X(t)) + G(t+1, X(t), \omega)] \quad (B./6)$$

mit der Anfangsbedingung $X^{(0)} = x$ definiert, und es existiere eine nicht negative Funktion $V(x) \in C_2^0$, die der Bedingung

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} V(x) = \infty \quad (B./7)$$

und den Ungleichungen

$$\sup_{x \in U_{\epsilon, 1/\epsilon}(B)} \langle R(x), \frac{\delta V(x)}{\delta x} \rangle < 0 \quad \text{für } \epsilon > 0, x \in E_1 \quad (B./8)$$

$$|R(x)|^2 + E |G(t, x, \omega)|^2 \leq K(1 + V(x)) \quad K = \text{const.}$$

genügt.

$G(t, x, \omega) + R(x)$ genüge den Bedingungen A1 und A2 von Satz (B./1) und es sei

$$E G(t, x, \omega) \equiv 0. \quad (B./9)$$

Außerdem gelte

$$a(t) > 0, \quad \sum_{t=0}^{\infty} a(t) = \infty, \quad \sum_{t=0}^{\infty} a^2(t) < \infty, \quad (B./10)$$

und es bezeichne

$$B := \{x : R(x) = 0\}.$$

Dann gilt

$$P(\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(X^*(t), B) = 0) = 1$$

Im weiteren werden einige Voraussetzungen angegeben, die zur Beibehaltung der Konvergenzaussagen der Prozedur (B./6) unter Abschwächung der Bedingung A2 führen und damit eine Anwendung von Methoden der stochastischen Approximation auf Problemstellungen stationärer zufälliger Prozesse ermöglichen.

Es existiere eine wachsende Familie von σ -Algebren $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{U} \quad (0 \leq s \leq t \leq \infty)$ derart, daß eine der beiden Gruppen von Bedingungen erfüllt ist.

B1. Für jedes x und t sei $G(x, t, \omega)$ darstellbar in der Form

$$G(x, t, \omega) = \sum_{j=1}^m U_j(x, t) V_j(t, \omega) \quad (m < \infty) \quad (B./11)$$

und $V_j(t, \omega) \quad (1 \leq j \leq m)$ sei \mathcal{F}_t -meßbar.

Die Familien \mathcal{F}_s seien stark mischend, d. h.

$$\alpha(\tau) = \sup_{s > 0} \sup_{A \in \mathcal{A}_0, B \in \mathcal{A}_{s+\tau}} |P(A \cap B) - P(A)P(B)| \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} 0. \quad (\text{B./12})$$

5

B2. Für jedes x und t seien die zufälligen Größen \mathcal{F}_t^x — meßbar und die Familie \mathcal{F}_t^x sei absolut regulär, d. h.

$$\beta(\tau) = \sup_{s > 0} \text{Var}_{D \in \mathcal{A}_0 \times \mathcal{A}_{s+\tau}} [P_{s,\tau}(D) - P_s \times P_\tau(D)] \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} 0, \quad (\text{B.3.13})$$

wobei für Mengen der Form

$$A_1 \times A_2 \subset \Omega \times \Omega, A_1 \in \mathcal{N}_0^s, A_2 \in \mathcal{N}_{s+\tau}$$

$$P_{s,\tau}(A_1 \times A_2) = P(A_1 \cap A_2)$$

$$P_s \times P_\tau(A_1 \times A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$$

20

Es gilt $\alpha(\tau) \leq \beta(\tau)$.

Satz B 3

25 Folgende Voraussetzungen seien erfüllt:

- Gleichung (B./1) besitze eine eindeutige Lösung r .
- Es existiere eine symmetrische pos. Matrix D und ein $\lambda > 0$ derart, daß für alle $x \in E^n$

$$30 \quad \langle DR(x), x-r \rangle \leq -\lambda \langle D(x-r), x-r \rangle \quad (\text{B./14})$$

$$- |R(x)| < C(1+|x|) \quad C = \text{const.} \quad (\text{B./15})$$

$$35 \quad - a(t) = \frac{a}{t} \quad a = \text{const.}$$

- Es ex. $\delta G / \delta x$ und

$$40 \quad E \sup |G(x, t, \omega)| < C, E \sup \left| \frac{\delta G}{\delta x}(x, t, \omega) \right| < C \quad (\text{B./16})$$

oder falls sich G faktorisieren läßt

$$45 \quad |U_j| < C \left| \frac{\delta U_j}{\delta x} \right| < C, E |V(\omega)| < C \quad C = \text{const.}$$

mit $\gamma = 2 + m$ und m gerade

- Für den Mischungskoeffizienten $\beta(t)$ in B1 oder B2 gelte

50

$$\beta(t) \leq (1nt)^{-2(m+2)(i+h)/m} \text{ für } h > 0.$$

$$\text{und } \beta(t) \leq Ct^{-h}.$$

55 Dann konvergiert der Prozeß (B./6) mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen r .

B.1. Zur Konstruktion stark konsistenter rekurrenter Schätzfunktionenfolgen

Die rechnergestützte Realisierung von grundlegenden Aufgaben der mathematischen Statistik, z. B. der Konstruktion konsistenter Schätzfunktionenfolgen, wird in der Regel von einigen zusätzlichen praktischen Forderungen begleitet, die nicht aus den üblichen Gütekriterien für Schätzungen abgeleitet werden. Das sind Fragen der Rechengeschwindigkeit, der Speicherplatzeffektivität, der kontinuierlichen Auswertbarkeit einer Schätzfunktionenfolge zu jedem Folgezeitpunkt sowie Fragen einer raschen Anpassung der Algorithmen nach Veränderungen in den Schätzbedingungen (Strukturbrüche) und der Robustheit gegenüber Verletzungen in gemachten Voraussetzungen. Rekurrent definierte Schätzfunktionenfolgen stellen zur Lösung derartiger Probleme eine wichtige Grundlage dar.

In einigen Fällen lassen sich Schätzfunktionenfolgen leicht in die gewünschte Form bringen. Ein klassisches Beispiel ist die Erwartungswertschätzung M_n , die auf der Realisierung einer Folge unabhängig identisch verteil-

ter Zufallsgrößen $(\xi_n)_{n=0,1,2,\dots}$ basiert. Bezeichnen wir mit x_i die Realisierung der Zufallsgröße ξ_i , dann ist

$$M_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

5

stark konsistente Schätzfunktionenfolge für $E \xi$. M_n kann nun über triviale Umrechnungen rekurrent dargestellt werden:

$$M_0 = x_0 \quad (B/17)$$

10

$$M_{n+1} = M_n - \frac{1}{n+1} (M_n - x_{n+1}) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

15

In dieser Form rechentechnisch realisiert, ist die Entwicklung der Folge in Auswertung direkt einbeziehbar. Außerdem braucht die Folge der $\{x_i\}_{i=0,1,2,\dots}$ nicht gespeichert zu werden. Lediglich der vergangene Schätzwert M_n , der "aktuelle Meßwert" x_{n+1} und der "Zeitpunkt" $n+1$ gehen in die Berechnung des neuen Schätzwertes M_{n+1} ein. Ein Nachteil dieser Vorgehensweise liegt darin begründet, daß die rechentechnisch für diese Aufgabe komplizierteste Operation, die Division, zu jedem Zeitpunkt durchgeführt werden muß.

20

Der Ideenapparat der Stochastischen Approximation initiiert nun sowohl Konstruktionsmethoden (auch für bezüglich der rekursiven Darstellbarkeit nicht so einfachen Schätzalgorithmen) als auch Verallgemeinerungen, die zur Lösung der obengenannten praktischen Erfordernisse beitragen. Die Schätzfunktionenfolgen erhalten im allgemeinen eine Gestalt der Art

25

$$S_0 = s_0 \text{ (Startwert)}$$

$$S_{n+1} = S_n - a_n K(S_n, x_{n+1}) \quad (B/18)$$

wobei $\{a_n\}_{n=0,1,2,\dots}$ eine Zahlenfolge und K eine Korrekturgröße für die Schätzung S_n darstellt, die nur von S_n und dem aktuellen Realisierungswert x_{n+1} abhängt.

30

Im weiteren sollen dafür einige Beispiele angegeben werden.

In diesen sei $\{\xi_i\}_{i=0,1,2,\dots}$ Folge unabhängiger identisch verteilter Zufallsgrößen über einem Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathfrak{A}, P]$ mit der Verteilungsfunktion F .

35

Satz B 4

Es sei

$$M_0 = m_0 = \text{const. (Startwert)}$$

40

$$M_{i+1} = m_i - a_i (M_i - \xi_{i+1}^k) \quad (B/19)$$

mit $\{a_i\}_{i=0,1,2,\dots}$ Folge reeller Zahlen, die den Bedingungen (B/4) genüge. Weiter gelte $E \xi_i^{2k} < \infty$.

45

Dann konvergiert die Schätzfunktionenfolge $\{M_{ij}\}_{i=0,1,2,\dots}$ definiert nach (B/19) mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen

$$\mu_k := E \xi_i^k.$$

50

Beweis

Bezeichnen wir mit $\mathfrak{F}_n := \sigma(\xi_0, \dots, \xi_n)$ die von ξ_0, \dots, ξ_n erzeugte Teil- σ -Algebra von \mathfrak{A} , dann hat der mit (B/19) rekurrent definierte Prozeß die im Satz B 2. geforderte Gestalt (insbesondere sind die Bedingungen A1 und A2 des Satzes B 1. erfüllt).

55

Es wird nun

$$Y_{i+1}(x, \omega) = R(x) + G(t, x, \xi_{i+1}(\omega)) := (\mu_k - x) + (\xi_{i+1}^k - \mu_k) = \xi_{i+1}^k - x \quad (B/20)$$

gesetzt.

60

Dann verbleibt unter Einbeziehung von Satz B 2 zu zeigen:

- $EG(x, \omega) \equiv 0$, was offensichtlich trivial erfüllt ist. (B/21)
- Mit $V(x) := x^2$ und $B := \{\mu_k\}$ ist

65

$$\sup_{x \in U_{\epsilon, 1/\epsilon}(B)} \langle R(x), \frac{\delta V(x)}{\delta x} \rangle \quad (B./22)$$

$$= \sup_{\epsilon < |x - x_0| < 1/\epsilon} (\mu_k - x)(x - \mu_k) < 0 \text{ für beliebiges } \epsilon > 0$$

$$- |R(x)|^2 + E |G(t, x, \omega)|^2 = (\mu_k - x)^2 + E (\xi_k^2 - \mu_k^2) \leq C(1 + x)^2 \quad (B./23)$$

Damit ist für bekannten $E \xi_1 =: \mu$ mit

$$S_0^2 = s_0^2$$

$$S_{t+1}^2 = S_t^2 - a_t (s_t^2 - (\xi_{t+1} - \mu)^2) \quad (B./24)$$

auch eine stark konsistente Schätzfunktionenfolge für $\text{Var } \xi_1 =: \sigma^2$. Ist μ unbekannt, wird μ in (3.3.24) durch seine Schätzung gemäß (B./19) mit $k=i$ ersetzt.

Satz B 5

Es existiere die Dichte $f(x)$ der Zufallsgrößen ξ und f sei in x_α (α — Quantil von F_ξ) stetig, $f(x_\alpha)$ stetig, $f(x_\alpha) > 0$. Weiter sei

$$X(0) = x \quad (\text{Startwert}) \quad (B./25)$$

$$X(t+1) = X(t) + a_t Y_{t+1}(X(t), \xi_{t+1}(\omega)) \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{mit } Y_t(x, \xi_t(\omega)) = \begin{cases} \alpha - 1 & \text{für } \xi_t(\omega) < x, \quad 0 < \alpha < 1 \\ \alpha & \text{für } \xi_t(\omega) \geq x \end{cases} \quad (B./26)$$

und $\{a_t\}_{t=0,1,2,\dots}$ Folge reeller Zahlen, die den Bedingungen (B./4) genüge.

Dann konvergiert die Folge $\{X(t)\}_{t=0,1,2,\dots}$ mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen x_α .

Beweis

Es sei $R(x) = \alpha - F_\xi(x)$.

Unter Nutzung von Satz B 2. bleibt zu zeigen:

$$- E G(t, x, \xi_t) = E(Y(x, \xi_t) - R(x))$$

$$= (\alpha - 1) F_\xi(x) - R(x) + \alpha(1 - F_\xi(x))$$

$$= F_\xi(x) + \alpha - \alpha + F_\xi(x) = 0$$

$$- \sup_{\epsilon < |x - x_\alpha| < 1/\epsilon} (\alpha - F_\xi(x))(x - x_\alpha) < 0 \quad \text{für alle } \epsilon > 0$$

wegen $f(x_\alpha) > 0$ und der Stetigkeit von f .

$$- R^2(x) + E G^2(t, x, \xi_t) = E Y^2(x, \xi_t(\omega)) = (\alpha - 1)^2 F(x) - \alpha^2 (1 - F(x)) \leq 2$$

Eine mögliche Methode zur Schätzung von Wahrscheinlichkeitsdichten gründet auf der Darstellung einer quadratisch integrierbaren Dichtefunktion $f(x)$ als Reihe von orthogonalen Funktionen

$$f(x) = \sum \Theta_j \varphi_j(x) \quad (B./27)$$

mit $\{\varphi_j\}_{j=0,1,2,\dots}$ orthogonales Funktionssystem. Das Problem besteht dann in der Schätzung der Fourierkoeffizienten

$$\Theta_j = \int f(x) \varphi_j(x) dx \quad j = 1, 2, \dots \quad (B./28)$$

Erwartungstreue Schätzungen hierfür sind

$$\hat{\theta}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_j(x_i) \quad j = 1, 2, \dots \quad (\text{B./29})$$

Als Schätzung der Dichte kann dann

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=0}^{g(n)} \theta_i \varphi_i(x) \quad \text{mit } g(n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty \quad (\text{B./30})$$

gewählt werden.

Die Schätzfunktionenfolge $\hat{f}_{g(n)}(x)$ ist streng konsistent, falls eine mathematische Stichprobe $\{X_n\}_{n=1, 2, \dots}$ zugrunde liegt. Die Konsistenz kann aber auch für den Fall nachgewiesen werden, daß $\{X_n\}_{n=1, 2, \dots}$ eine stationäre, streng mischende Folge von beschränkten Zufallsgrößen ist.

Die Gestalt der

$$\theta_j = E\varphi_j(X)$$

motiviert nicht nur noch einmal die Schätzer (B./29), sondern legt auch den Gedanken nahe, die Parameter θ_j rekursiv zu schätzen.

Satz B 6

Sei $f(x)$ quadratisch integrierbare Dichtefunktion und $\{X_n\}_{n=1, 2, \dots}$ unabhängig, identisch nach $f(x)$ verteilte Zufallsgrößen.

Weiter sei

$$\theta_j^0 = \theta_j \text{ (Anfangswert, fest aber beliebig)}$$

$$\theta_j^{n+1} = \theta_j^n - a_n(\theta_j^n - \varphi(X_n)) \quad j = 1, \dots, g_n \quad (\text{B./31})$$

wobei $\{a_n\}$ eine Zahlenfolge ist, die den Bedingungen

$$\sum a_n = \infty, \sum a_n^2 < \infty$$

genügt.

Dann konvergiert die Folge $\{(\theta_0^n, \dots, \theta_{g_n}^n)\}$ mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen $(\theta_0, \dots, \theta_{g_n})$.

Wie in Abschnitt B.0. bereits angedeutet, lassen sich die oben angegebenen Konstruktionsmethoden für rekurrente stark konsistente Schätzfunktionenfolgen auch unter gewissen Abhängigkeitsverhältnissen der Beobachtungswerte realisieren.

Es sei nun $\{\xi_t(\omega)\}_{t=0, 1, 2, \dots}$ eine stationäre stark mischende Folge von Zufallsgrößen über einem Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$. Insbesondere erfülle die Folge von Teil- σ -Algebren von \mathcal{U} $\mathcal{F}_u := \sigma(\xi_0, \dots, \xi_u)$ die Bedingung (B./12).

Als rekurrente Schätzfunktionenfolge wird

$$M_0 = m_0 \text{ (Startwert, beliebig, aber fest)}$$

$$M_{t+1} = M_t + a_t(\xi_t^k - M_t) \quad k \in N \quad (\text{B./32})$$

gesetzt. Dann gilt:

Satz B 7

Unter der Bedingung, daß

$$\text{a) } E \xi_t^{2(k+1)} < \infty \quad (\text{B./33})$$

$$\text{b) } a_t = \frac{c}{t+1} \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{B./34})$$

konvergiert die Schätzfunktionenfolge $\{M_t\}$ definiert nach (B./32) mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen $E \xi_t^k = \mu_k$.

Beweis

Es wird

$$Y_t(x, \omega) := \xi_t^k(\omega) - x = -(x - \mu_k) + (\xi_t^k - \mu_k) =: R(x) + G(t, \xi_t^k(\omega)) \quad (B./35)$$

gesetzt.

Dann verbleibt unter Einbeziehung von Satz B. 3. zu zeigen:

- $EG(x, \omega) \equiv 0$ ist trivialerweise erfüllt.
- $R(x) \cdot (x - \mu_k) \leq -\lambda(x - \mu_k)(x - \mu_k)$ gilt beispielsweise mit $\lambda = 1$.
- $G(x, t, \omega)$ ist, wie aus (B./35) ersichtlich, trivial faktorisiert in $U(x, t) = 1$ und $V(t, \omega)$ und $E|V(t, \omega)|^Y < C$ mit $Y = 4$ und wegen (B./33).

Bemerkung

Mit Satz B 7. bleiben auch die Konsistenzangaben von rekursiven Schätzfunktionenfolgen erhalten, die einerseits auf der Konstruktion (B./32) basieren und andererseits auf Beobachtungswerten, die einem stark mischenden stationären Prozeß entstammen (vgl. beispielsweise rekursive Dichteschätzung). Für andere Abhängigkeitsstrukturen konnten ähnliche Konvergenzaussagen noch nicht hergeleitet werden. Auch die Stetigkeitsbedingungen an die Dichtefunktion für konsistente Quantilwertschätzungen waren bislang nicht wesentlich abzuschwächen, obwohl in der Nutzung dieser Kenngröße auch bei diskreten Verteilungen keine nachteiligen Wirkungen beobachtet waren. Die Lösung dieser Probleme bleibt einer weiteren Forschungsarbeit vorbehalten.

B. 2. Praktikable Gestaltung des Korrekturfaktors — Konvergenzbeschleunigung

Von großem praktischem Interesse ist die Gestaltung der Zahlenfolge $\{a_t\}$ in der Rekursionsvorschrift (B./18). Die Wahl

$$a_t = \frac{c}{t} \quad t = 1, 2, \dots \quad c = \text{const.} \quad (B./36)$$

wird von den Bedingungen (B./4) her nahegelegt und auch in Verfahren der Stochastischen Approximation genutzt. Insbesondere bei ungünstigem Startwert ist aber dann die entsprechende Schätzfunktionenfolge oft praktisch nicht mehr verwendbar, weil die Korrekturgröße rasch sehr klein wird und die Konvergenz sehr langsam ist. Diese Tatsache führte sogar dazu, daß die praktische Verwertbarkeit von Algorithmen dieser Art insgesamt angezweifelt wurde.

In der Literatur wird unter Nachweis des Erhalts der starken Konsistenz der Schätzfunktionenfolgen folgende Gestaltung vorgeschlagen.

Es sei

$$b_t := \frac{c}{t} \quad c = \text{const.} \quad \text{und} \quad (B./37)$$

$$a_1 = b_1, \quad a_2 = b_2, \quad a_t = b_{t_n} \quad \text{mit}$$

$$t = 2 + \sum_{i=1}^n f[(x_i - x_{i-1})(x_{i-1} - x_{i-2})], \quad n = 3, 4, \dots \quad \text{und}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \leq 0 \\ 0 & \text{falls } x > 0. \end{cases}$$

Inhaltlich bedeutet diese Wahl der Folge $\{a_t\}$, daß der Faktor vor dem Korrekturglied erst jeweils dann verkleinert wird, wenn sich in der Iterationsfolge (über drei Werte beobachtet) die "Korrekturrichtung" verändert.

Dieser Ansatz bringt den Vorteil, wie bei zahlreichen praktischen Anwendungen nachgewiesen werden konnte, daß selbst bei "weit vom Konvergenzwert entfernten" Startwert die Iterationsfolge sich relativ schnell (meistens weniger als 20 Schritte) in einer praktisch schon zufriedenstellenden Umgebung des Konvergenzwertes befand.

Diese Beobachtungen wurden durch Simulationsstudien für eine Vielzahl von Verteilungen nochmals bestätigt und die unterschiedlichen Verhaltensweisen der üblichen (B./36) und der Iterationsfolgen mit (B./37) bezüglich der Konvergenzbeschleunigung veranschaulicht. Die Realisierung von rekursiven Algorithmen unter Verwendung von Zahlenfolgen nach (B./36) aber auch nach (B./37) auf Mikrorechnersystemen in Echtzeit und als Bestandteil z. B. einer Signalanalyse birgt in Gestalt der notwendigen Rechenoperation "Division" weitere Probleme in sich. Günstig würde sich eine Beschränkung im Divisor auf 2-er Potenzen auswirken, weil sie dann auf jedem Rechner in Form schneller Registerrotationsbefehle realisierbar ist.

Diese Bedingungen und die Forderung (B./4) erfüllen Folgen der Gestalt

$$a_t^{(p)} = \frac{1}{2^{\min(k, 2^k - p + 1)}} \quad (\text{B./38})$$

$t = 1, 2, \dots, k$ natürliche und p ganze Zahl.

Beispielsweise sind dies für $p = 1, 0, 1$ die Folgen:

$$p = -1: \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \dots \quad \frac{1}{4} \quad \dots$$

2mal 4mal 8mal

$$p = 0: \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \dots \quad \frac{1}{8} \quad \dots$$

2mal 4mal 8mal

$$p = 1: \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \dots \quad \frac{1}{16} \quad \dots$$

2mal 4mal 8mal

Die Bedingung

$$\sum_{t=1}^{\infty} a_t^{(p)} = \infty$$

ist trivialerweise erfüllt.

Weiter ist

$$\sum_{t=1}^{\infty} (a_t^{(p)})^2 = \sum_{k=p}^{\infty} \frac{1}{2^k} \cdot 2^{k-p} = \sum_{k=p}^{\infty} 2^{-(k+p)} = \frac{1}{2^{2p}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^{2p-1}} < \infty.$$

Für $p = 0$ gilt

$$a_{2^k}^{(0)} = \frac{1}{2^k}$$

und damit stimmt das 2^k -te Folgenglied mit dem 2^k -ten Glied der Folge

$$a_t = \frac{1}{t}$$

überein.

In der rechentechnischen Realisierung ist natürlich zu beachten, daß die möglichen Rotationszahlen mit der Gesamtbitzahl der Darstellung der Größen a_t beschränkt sind.

Weiter ist zu bemerken, daß Folgenkonstruktionen der Form (B/38) mit denen nach (B/37) kombiniert werden können.

B.3. Adaptive (nicht konsistente) Statistiken

Die bis auf die Bedingungen (B/4) frei wählbare Folge $\{a_t\}_{t=1, 2, \dots}$ und der beliebige Startwert der Iteration ermöglichen eine adaptive Gestaltung von Schätzfunktionenfolgen. Wie in Abschnitt B/2 beschrieben, beeinflußt diese Folge wesentlich, zumindest im praktischen Sinn, die Konvergenzgeschwindigkeit.

In zahlreichen Anwendungsfällen muß nun zusätzlich davon ausgegangen werden, daß sich z. B. zu analysierende Signale nur stückweise durch stationäre Zufallsfolgen modellieren lassen. In diese Aufgabenklasse fallen sowohl die in der Literatur beschriebenen Probleme der Robustheit von Statistiken unter der Bedingung von möglichen Strukturbrüchen, als auch die Lokalisierung von sogenannten "change points".

Dahingehend steht die Frage, wie sich die in B/1 beschriebenen Schätzfunktionenfolgen unter Bedingungen von Strukturbrüchen und Trends verhalten. Simulationsergebnisse weisen aus, daß Strukturbrüche z. B. in Form einer sprunghaften Mittelwertveränderung der betrachteten Zeitreihe dann einen weniger großen Einfluß auf das Konvergenzverhalten der rekursiven Schätzalgorithmen haben, wenn das Korrekturglied durch die Folge $\{a_t\}_{t=1, 2, \dots}$ noch wenig komprimiert ist (also wenn der Strukturbruch bei einem kleinen Wert von t auftritt).

Diese Tatsache legt den Gedanken nahe, für das automatische Anpassen der Schätzfunktionenfolge an den zu schätzenden Wert (auch unter der Bedingung einer möglichen Änderung in Form von Strukturbrüchen und Trends) die Gestaltung dieser Folge zu benutzen. Im Regelfall sind jedoch der Grad der Adaptivität und das Konvergenzverhalten sich gegensätzlich beeinflussende Faktoren. Wird $a_t = c = \text{const.}$ gewählt, kann eine sehr rasche Anpassung erzielt werden, aber eine Konvergenz im mathematischen Sinne liegt wegen der Verletzung der Bedingungen (B/4) nicht mehr vor. Am Beispiel der Momentenschätzung kann jedoch verdeutlicht werden, daß dieser Fall von großem praktischen Interesse ist. Es läßt sich nachweisen, daß die so gestalteten rekursiven Statistiken mit dem häufig benutzten Verfahren der exponentiellen Glättung übereinstimmt.

10

Satz B 8

Für $a_t = c = \text{const.}$, $0 < c < 1$, läßt sich die Schätzfunktionenfolge (B./19) (o. B. d. A. für $k=1$) in der folgenden Gestalt darstellen:

15

$$M_t = (1 - c)^t M_0 + c \sum_{i=1}^t (1 - c)^{t-i} \xi_i \quad t = 1, 2, \dots \quad (\text{B./39})$$

20

Wird mit $\mu := E\xi_i$ und $\sigma^2 := \text{Var } \xi_i$ bezeichnet, gilt außerdem:

$$E M_t = \mu + (1 - c)^t (M_0 - \mu) \quad t = 1, 2, \dots \quad (\text{B./40})$$

25

$$E (M_t - \mu)^2 = \frac{\sigma^2 c^2 (1 - (1 - c)^{2t})}{1 - (1 - c)^2} + (1 - c)^t (M_0 - \mu)^2 \quad (\text{B./41})$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E (M_t - \mu)^2 = \frac{c \cdot \sigma^2}{2 - c} \quad (\text{B./42})$$

30

Beweis

Es sei M_0 Startwert und

$$M_{t+1} = M_t - c(M_t - \xi_{t+1}).$$

35

Dann läßt sich M_1 und M_2 leicht in die Form (B.3.39) bringen:

$$M_1 = M_0 - c(M_0 - \xi_1) = (1 - c)M_0 + c \cdot \xi_1$$

40

$$M_2 = M_1 - c(M_1 - \xi_2) = (1 - c)M_1 + c \cdot \xi_2 \\ = (1 - c)^2 M_0 + c(1 - c)\xi_1 + c \cdot \xi_2$$

45

Für beliebiges t wird (B./39) durch vollständige Induktion gezeigt.
Es sei

$$M_t = (1 - c)^t M_0 + c \sum_{i=1}^t (1 - c)^{t-i} \xi_i$$

50

Dann folgt

55

$$M_{t+1} = M_t - c(M_t - \xi_{t+1}) = (1 - c)M_t + c\xi_{t+1} \\ = (1 - c)^{t+1} M_0 + c \sum_{i=1}^t (1 - c)^{t-i+1} \xi_i + \xi_{t+1} \cdot (1 - c)^0 \\ = (1 - c)^{t+1} M_0 + c \sum_{i=1}^{t+1} (1 - c)^{t+1-i} \xi_i$$

60

was zu zeigen war.

Mit leichten Umformungen erhält man die weiteren Aussagen des Satzes:

65

$$\begin{aligned} 1. E M_t &= (1 - c)^t M_0 + c \sum_{i=1}^t (1 - c)^{t-i} \cdot \mu \\ &= (1 - c)^t M_0 + \mu \cdot (1 - (1 - c)^t) \\ &= \mu + (1 - c)^t (M_0 - \mu) \end{aligned}$$

5

2. Es sei $\alpha := 1 - c$.

$$E(M_t - \mu)^2 = E((\alpha^t M_0 - \mu) + (1 - \alpha) \sum_{i=1}^t \alpha^{t-i} \xi_i)^2$$

10

$$= (\alpha^t M_0 - \mu)^2 + 2(\alpha^t M_0 - \mu)(1 - \alpha)\mu + E\left(\sum_{i=1}^t (1 - \alpha)\alpha^{t-i} \xi_i\right)^2$$

15

$$= (\alpha^t M_0 - \mu)^2 + 2(\alpha^t M_0 - \mu)(1 - \alpha)\mu + ((1 - \alpha)\mu)^2 + \sigma^2(1 - \alpha)^2 \frac{1 - \alpha^{2t}}{1 - \alpha^2}$$

$$= ((\alpha^t M_0 - \mu) + \mu(1 - \alpha))^2 + \sigma^2(1 - \alpha)^2 \frac{1 - \alpha^{2t}}{1 - \alpha^2}$$

20

$$= (\alpha^t M_0 - \alpha^t) + \sigma^2(1 - \alpha)^2 \frac{1 - \alpha^{2t}}{1 - \alpha^2}$$

$$\text{wegen } \sum_{i=1}^n (\alpha^2)^{n-i} = \sum_{i=0}^{n-1} (\alpha^2)^i = \frac{1 - \alpha^{2n}}{1 - \alpha^2} \quad \text{und} \quad \text{Var} \xi = E \xi^2 - (E \xi)^2.$$

25

$$3. \text{ Wegen } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (\alpha^2)^{n-i} = \frac{1}{1 - \alpha^2}$$

30

$$\text{wird } \lim_{t \rightarrow \infty} E(M_t - \mu)^2 = (1 - \alpha)^2 \cdot \sigma^2 \frac{1}{1 - \alpha^2} = \sigma^2 \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} = \sigma^2 \frac{c}{2 - c}.$$

Bemerkung

35

Wird $M_0 = \xi_0$ (erster Meßwert) gewählt, gilt

$$E M_t = \mu \quad \text{und} \quad E(M_t - \mu)^2 = \sigma^2 \frac{c^2(1 - (1 - c)^{2t})}{1 - (1 - c)^2}$$

40

Antriebsüberwachung mit komplexer Triggerung

An Antrieben, insbesondere an Antrieben von diskontinuierlich arbeitenden Maschinen (Walzgerüste) ist zur Eingrenzung und Lokalisierung von Fehlerquellen die Überwachung von Prozeßsignalen erforderlich. Besonders die Signalauswertung der zum Zeitpunkt der Störung (Vor- und Nachgeschichte) bzw. bei entsprechenden Sicherungstechniken zum Zeitpunkt eines Schnellschalterfalles geben Auskunft über Art und Lokalisation der Störung. Das Verfahren zur komplexen Triggerung liefert die Methode zum Erfassen von Prozeßsignalen zu bzw. vor Störzuständen. Im Beispiel können wahlweise bzw. in Gruppen Prozeßgrößen auf Grenzwertüberschreitungen, vorgebbare Signalmuster und Strukturen, kritische Bereiche der Leistungsaufnahme, Störung der Steuer- und Leittechnik überwacht werden.

45

50

Dabei werden an Antrieben folgende Prozeßgrößen parallel und gleichzeitig auf durch komplexe Triggerung vorgegebene Signalstrukturen überwacht:

1. n_{soll} — Drehzahl-Sollwert
2. n_{ist} — Drehzahl-Istwert
3. $(I_A)_{\text{soll}}$ — Ankerstrom-Sollwert
4. $(I_A)_{\text{ist}}$ — Ankerstrom-Istwert
5. $U_{A \text{ ist}}$ — Ankerspannung
6. $(I_{\text{Feld}})_{\text{ist}}$ — Feldstrom-Istwert
7. I_{Err} — Erregungsstrom-Istwert

55

60

Die Überwachung erfolgt an den Antrieben auf der Basis von Grenzwerten bzw. einstellbaren Parametern der Struktur-Triggerung. Die Höhe der Grenzwerte für die einzelnen Antriebe und Prozeßgrößen sowie der Grenzwert für kritische Leistungsaufnahme [$n_{\text{ist}} \cdot (I_A)_{\text{ist}}$] können vom Anwender definiert werden. Dabei sind Vorgaben des Herstellers der Antriebe, eigene Erfahrungen aus vergangenen Überwachungsvorgängen bzw. Vorgaben für Spezialuntersuchungen zugrunde zu legen.

65

Das Verfahren der komplexen Triggerung beruht hier auf folgendem Funktionsprinzip:

Es erfolgt die fortlaufende Meßwertaufzeichnung der Prozeßgrößen auf bis zu vier Meßkanälen nach obiger Spezifikation, wobei für jeden Meßkanal ein Meßfeld (zusammenhängender Speicherbereich von 2 K Meßwerten) zur Verfügung steht.

- 5 Wird bei laufender Meßwertaufzeichnung das Ende des Meßfeldes erreicht, werden die folgenden Werte wieder vom Meßfeldanfang beginnend abgelegt. Die aktuelle Position im Meßfeld wird intern durch einen Pointer gezeigt. Jeder der 4 Meßkanäle kann gleichzeitig als Auslösekanal für eine Triggerung dienen.

- 10 Dabei lassen sich sowohl Triggerungen für einzelne Auslösekanäle als auch komplexe Triggerung in Form von logischen oder arithmetischen Verknüpfungen (z. B. Oderierungen oder Produkt) mehrerer Auslösekanäle installieren. Zusätzlich zur Auslösung der Signale durch komplexe Triggerung besteht die Möglichkeit der Auslösung über den Flankenwechsel auf binären Eingangskanälen (TTL-Kanal). An den Antrieben können diese Kanäle einen Schnellschalterfall bei Störungen der Leit- und Steuertechnik signalisieren. Für den Fall der Antriebsüberwachung wurde der in Fig. C1 dargestellte Ablauf realisiert. Dort bezeichnet

- 15 TM^0 – Triggermodul zur Bestimmung des ersten Eintretens einer Differenztriggerung auf $k_a^2 - n_{ist}, (d_{te}^d)$,
 TM^1 – Triggermodul zur Bestimmung des ersten Eintretens einer Grenzwerttriggerung auf $k_a^1 - n_{soll}, (d_{te}^g)$,
 TM^2 – Triggermodul zur Bestimmung des ersten Eintretens einer Grenzwerttriggerung auf $k_a^2 - n_{ist}, (d_{te}^g)$,
 TM^3 – Triggermodul zur Bestimmung des ersten Eintretens einer adaptiven Effektivwerttriggerung (2. Moment) auf $k_a^3 - (I_A)_{ist}, (m_{te}^2)$,
20 TM^4 – Triggermodul zur Bestimmung des ersten Eintretens einer adaptiven Effektivwerttriggerung (2. Moment) auf $k_a^4 - (I_{err})_{ist}, (m_{te}^2)$,
 TM^5 – Triggermodul zur Bestimmung des ersten Eintretens eines Interrupts ausgelöst durch Flankenwechsel auf einem TTL-Pegel (Schnellschalter), (d_{te}^g) ,
 TM^6 – Triggermodul zur Bestimmung des ersten Eintretens einer Produkttriggerung auf $n_{ist} \cdot (I_A)_{ist}, (t_{e}^{Prod})$.

- 25 Tritt auf einem der Meßkanäle oder dem TTL-Kanal eine Grenzwertüberschreitung oder Flankenwechsel in Erscheinung bzw. befindet sich der Wert des Produktes aus $n_{ist} \cdot I_A$ in einem kritischen Intervall, erfolgt der Stopp des Meßvorganges. Der Stopp des Meßvorganges kann mit einer anwählbaren Verzögerung erfolgen, so daß eine post- bzw. pre- Triggerung erreicht wird.

- 30 Die Fig. C1 zeigt die Verknüpfungshierarchie der komplexen Triggerung für die Antriebsüberwachung. Dabei werden die einzelnen Triggermodule wie folgt konstruiert:

- 1) TM^0 je nach Stärke der stochastischen Einflüsse ist Spitzen-, Differenz- oder Streuungstriggerung verwendbar,
35 2) TM^1, TM^2 Grenzwerttriggerung auf den Spitzenwert,
3) TM^3, TM^4 adaptive Effektivwerttriggerung (Quantilwerttriggerung),
4) TM^5 Spitzenwert TTL-Triggerung,
5) TM^6 Triggerung nach Grenzwertüberschreitung des Produktes aus Drehzahl und adaptiv geglätteten Ankerstrom als Ausdruck für die Motorleistung.

40

Zu 1)

Der Triggermodul 0 löst die Antriebsüberwachung aus, d. h. zu einem Zeitpunkt t^0 erfolgt die Überwachung der Motorparameter sowie eine entsprechende Alarmierung bei Grenzwert- bzw. Bereichsüberschreitungen.

- 45 Dabei wird der Zeitpunkt t^0 über

$$t^0 = \min \{t_N : |X(t_N) - X(t_{N-1})| > g_0, t_i \in T\}.$$

wobei

- 50 $X(t_N)$ – Drehzahl-Istwert zum Zeitpunkt t_N und
 T – die Zeitbasis der Meßwertaufzeichnung darstellt.
Es gilt

$$T = \{t_1, t_2, \dots, t_N, \dots\} \text{ mit } t_{i+1} - t_i = \tau = \text{const.},$$

55

im Beispiel gilt $\tau = 5$ ms oder wahlweise $\tau = 20$ ms.

Treten im Signalverlauf des Ankerstromes nadelförmige Störspitzen auf, erfolgt die Bestimmung von t^0 adaptiv auf Basis der Schätzung der zentrierten Momentfunktion 2. Ordnung nach:

$$60 \quad t^0 = \min \{t_N : z_{h^2}(h_{t_N-1}, X_{t_N}) > g_0, \forall t_i \in T\},$$

mit z_{h^2} rekursiv gemäß

$$65 \quad z_{h_0^2} = c = \text{const.},$$

$$z_{h_i^2} = z_{h_{i-1}^2} - \frac{1}{32} (z_{h_i^2} - (x_i^2 - \mu^2))$$

Bemerkung

Ist μ unbekannt, wird μ durch die Schätzung ${}^m h_1^1$ ersetzt, wobei ${}^m h^1$ rekursiv gemäß

$${}^m h_0^1 = c = \text{const.},$$

$${}^m h_{iN}^1 = {}^m h^1({}^m h_{iN-1}^1, X_{iN}) = {}^m h_i^1 - \frac{1}{64} ({}^m h_{iN-1}^1 - X_{iN-1})$$

gebildet wird.

Zu 2)

TM¹, TM² — Triggermodule zum Identifizieren einer Grenzwertüberschreitung der Drehzahl. Der Zeitpunkt t^1 der Überschreitung wird bestimmt nach:

$$t^1 := \min \{t_N : (X_{t_N}) > g_1, \forall t_i \in T\} \text{ mit}$$

X_{iN} und T in der Bedeutung von 1).

Zu 3)

TM³, TM⁴ — Triggermodule zum Erkennen der Zeitprodukte t^2 von Überlastzuständen bezüglich Anker- und Erregerstrom (I_A, I_{Er}). Zum Ausschluß momentaner Spitzen bzw. zur Ausreißerbehandlung stehen hier mehrere Triggermodule gleichberechtigt zur Auswahl. I.a. reicht eine Überwachung mittels adaptiver quadratischer Effektivwertbildung 3/a) aus, des weiteren ist eine Quantilwerttriggerung 3/b), bzw. eine adaptive Streuungstriggerung 3/c) vergl. auch 2) einsetzbar.

3/a) t^2 wird bestimmt über

$$t^2 := \min \{t_N : {}^m h^2({}^m h_{iN-1}^2, X_{iN}) > g_2, \forall t_i \in T\},$$

wobei ${}^m h^2$ rekursiv gemäß

$${}^m h_0^2 = c = \text{const.},$$

$${}^m h_{iN}^2 = {}^m h^2({}^m h_{iN-1}^2, X_{iN}) = {}^m h_i^2 - \gamma_{iN} ({}^m h_{iN-1}^2 - X_{iN-1}^2)$$

berechnet wird.

3/b) t^2 wird bestimmt auf Basis der Schätzung von Quantilwerten X_{iN} wird im folgenden als Folge

$$\{X_{t_i}\}_{i=1,2,\dots}$$

identisch verteilten Zufallsgrößen — mit der Verteilungsfunktion F_X aufgefaßt.

Definition

Z_α heißt α -Quantil der Verteilung F_X falls gilt

$$F_X(Z_\alpha) \leq \alpha \leq F_X(Z_\alpha + 0) \text{ mit } 0 < \alpha < 1.$$

Es erfolgt die Konstruktion eines rekursiven Verfahrens zur Schätzung der α -Quantile durch

$Q_0(0) = q$ Startwert, const.

$$Q_{i_{N+1}} = Q_{i_N} + \gamma_{i_N} \cdot y_{i_{N+1}}(Q_{i_N}, X_{i_{N+1}}(\omega)),$$

$$\text{mit } y_{i_N}(x, X_{i_N}(\omega)) = \begin{cases} \alpha - 1 & \text{für } X_{i_N}(\omega) < x \\ \alpha & \text{für } X_{i_N}(\omega) \geq x \end{cases}$$

$$= \alpha - I_{\{X_{i_N}(\omega) < x\}}(\omega),$$

$$\text{wobei } I_A(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \omega \in A \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\text{für } \{Y_{i_N}\}_{N=1,2,\dots} \text{ gelte: } \sum_{N=0}^{\infty} \gamma_{i_N} = \infty, \quad \sum_{N=0}^{\infty} \gamma_{i_N}^2 < \infty$$

Auf der Basis dieses Verfahrens erfolgt die Definition zweier Toleranzbereichsgrenzen für die Zufallsgrößen

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$$

die einen prozentualen Anteil $\alpha \cdot 100\%$ dieser Zufallsgrößen einschließen.

Die Toleranzbereichsgrenzen Z_i^+ und Z_i^- werden rekursiv nach

$$Z_{i_0}^+ = z_0^+ \text{ Startwert, fest, beliebig.}$$

$$Z_{i_{N+1}}^+ = Z_{i_N}^+ + \gamma_{i_N} \cdot (\alpha - I_A(\omega));$$

$$A = \{\omega : X_{i_N}(\omega) < Z_{i_N}^+\}$$

und

$$Z_{i_0}^- = z_0^- \text{ Startwert, fest, beliebig.}$$

$$Z_{i_{N+1}}^- = Z_{i_N}^- - \gamma_{i_N} \cdot (\alpha - I_B(\omega)); \quad B = \{\omega : X_{i_N}(\omega) > Z_{i_N}^-\}$$

bestimmt

Z_i^+ — heißt oberer Schwellwert zum Zeitpunkt t_i ;

Z_i^- — heißt unterer Schwellwert zum Zeitpunkt t_i .

Im folgenden werden Triggerzeitpunkte t_e eingeführt, wobei die Definition des Triggerkriteriums über stochastische Kenngrößen auf Basis der Schwellwerte Z_i^+, Z_i^- erfolgt.

$$t_e^+ := \min \{t_N : Q_h^+(t_N, \omega) > g_e, t_N \in T\}$$

$$\text{mit } Q_h^+(t_N, \omega) = Z_{i_N}^+(\omega) - Z_{i_N}(\omega)$$

Starke Schwankungen in der Folge der Zufallsgrößen

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$$

werden durch das Ansteigen der Intervallbreite

$$Z_{i_N}^+ - Z_{i_N}^- > a_g, \quad a_g \in \mathbb{R}^+,$$

z. B. über einen Grenzwert a_g angezeigt.

Aussagen über Monotonie-Verhalten der Folge der Zufallsgrößen

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$$

erhält man z. B. durch

$$Q_{t_c}^w \text{ mit } Q_{t_c}^w := \min \{t_N : a_{t_N}^+ > n_w\},$$

$$\text{wobei } \left(a_{t_i}^+ = \left[\sum_{i=1}^t I_{\{X_{t_i} > Z_{t_i-1}^+(\omega)\}} \right] \cdot I_{\{X_{t_i} > Z_{t_i-1}^+(\omega)\}} \right).$$

Dabei gibt $Q_{t_c}^w$ den Zeitpunkt an, zu dem sich in der Folge der Zufallsgrößen

$$\{X_{t_i}\}_{i=1,2,\dots}$$

ein monotoner Trend (monoton wachsend) der Länge n_w zeigt.

Analog gilt für Abschnitte der Länge n_F , in denen die Folge

$$\{X_{t_i}\}_{i=1,2,\dots}$$

monoton fällt:

$$Q_{t_c}^F := \min \{t_N : a_{t_N}^- > n_F\}$$

$$\text{mit } a_{t_i}^- = \left[\sum_{i=0}^N I_{\{X_{t_i}(\omega) \leq Z_{t_i-1}^-(\omega)\}} \right] \cdot I_{\{X_{t_i}(\omega) \leq Z_{t_i-1}^-(\omega)\}}.$$

Bemerkungen

1. Über die Schwellwerte Z_t^+ und Z_t^- lassen sich eine große Vielzahl von Signaleigenschaften beschreiben, die gleichzeitig zur Definition von Triggerkriterien herangezogen werden können.
2. Eine optimale Anpassung von Kenngrößen über Quantilwertschätzungen läßt sich durch geeignete Wahl von γ_i und α erreichen.

3/c) t^2 wird bestimmt über

$$t^2 := \min \{t_N : {}^2h^2({}^2h_{t_N-1}^2, X_{t_N}) > g_3, \forall t_i \in T\},$$

wobei ${}^2h^2$ rekursiv gemäß

$${}^2h_0^2 = c = \text{const.},$$

$${}^2h_N^2 = {}^2h^2({}^2h_{t_N-1}^2, X_{t_N}) = {}^2h_t^2 - \gamma_{t_N}({}^2h_{t_N-1}^2 - (X_{t_N-1} - \mu)^2)$$

berechnet wird.

Zu 4)

Siehe 2).

Zu 5)

TM⁶ Zum Erkennen von kritischen Bereichen der Motorleistung erfolgt die Überwachung des Produktes aus Drehzahl n_{ist} und Ankerstrom I_A . Der Zeitpunkt t^5 des Eintretens in einen kritischen Bereich wird bestimmt über

$$t^5 := \min \{t_N : P_{t_N} \in K^p, \forall t_N \in T\},$$

$$P_{t_N} = X_{t_N} * Y_{t_N}$$

wobei

X_{t_N} — den Wert des Drehzahl-ist-Wertes zum Zeitpunkt t_N darstellt und

$$Y_{t_N} := Y_{t_N} - \frac{1}{16} (Y_{t_N-1} - Z_{t_N})$$

den exponentiell geglätteten Wert des Ankerstromes I_A darstellt.

Die Glättung dient in diesem Fall der Ausreißer Behandlung.

K^P — Ist eine Menge von kritischen Bereichen, i. a. darstellbar als Vereinigung von kritischen Intervallen

$$\bigcup_{i=1}^M (a_i, b_i).$$

Maschinenüberwachung und Diagnose an Walzanlagen mittels prozeßangepaßten Spektrenvergleiches

Untersuchungsgegenstand ist der Antriebsstrang eines Reversiergrüstes einer Walszstraße, bestehend aus Gleichstrom-Reversiermotor (1), Antriebskupplung (2), Kammwalzengetriebe (3), Kammwalzentreffer (4), Antriebsspindeln (5), Spindelunterstützung (6), Walzentreffer (7), Einbaustücke a-d (8), Walzen (9), Walzenständer (10) und der dazugehörigen Steuer und Leittechnik (0). Für diagnostische Zwecke erfolgt die Erfassung von Prozeß- und Schwingungsgrößen, mittels entsprechender Meßtechnik (siehe Fig. D1).

Im Beispiel werden erfaßt, an der Steuer- und Leittechnik (0) der Ankerstrom-Ist-Wert, I_A (11), die Drehzahl n (12), an den Lagern A und B des Gleichstrommotor (1) die Schwinggeschwindigkeit v_1 (13), die Schwingbeschleunigung a_1 (14), am Kammwalzengetriebe (3), die Schwingbeschleunigung a_3 (15), an den Lagerböcken von Spindelunterstützung (6) und Walzenständer (10), die Schwingbeschleunigung a_6 (16) bzw. a_{10} (17). Zur Detektion und Lokalisierung von mechanischen Fehlern und Störungen am Walzstrang wird ein PC-gesteuertes Meßwert-erfassungssystem mit der folgenden Grundstruktur verwendet. (Vergl. Fig. D1)

Zum Erkennen von mechanischen Fehlern am Antriebsstrang (Unwuchten, Fluchtungsfehler, Zahnverschleiß von Getrieben, Lagerschäden, u. a.) werden Verfahren der Frequenzanalyse zur Ermittlung der Schwingungsstärke in einzelnen Frequenzbändern (insbesondere drehzahlabhängiger Frequenzkomponenten) genutzt. Dabei können die Schwingungsgrößen

$$X(t) \in \{a_1, a_3, a_6, a_{10}, v_1\}$$

überwacht werden.

Im Bsp. wird als Kenngröße die bandbegrenzte Signalleistung um die Drehzahlharmonischen bis zur Ordnung 7 gewählt.

Als Basisalgorithmus zur Berechnung der Signalleistung wird die Fast-Fourier-Transformation (FFT) verwendet. Ein Kenngrößenvergleich erfolgt auf der Grundlage der Fouriertransformierten $A(f)$ bzw. über den Vergleich von Leistungsspektren $S_{AA}(f)$ in den Frequenzbändern. Es gilt:

$$A(f) = \int a(t) e^{-2\pi i f t} dt \text{ bzw. } S_{AA}(f) = A(f) \star A^*(f)$$

Als Kenngröße werden i. a. Frequenzintervalle um Vielfache $j \star f_D$ der Drehfrequenz f_D mit $S_{AA}(f)$ und

$$j \star f_D - \frac{1}{4} f_D < f < k \star f_D + \frac{1}{4} f_D$$

betrachtet.

Diese Kenngrößen sind in Überwachungssystemen an Walzanlagen nicht ohne entsprechende Signalvorverarbeitung einsetzbar. Während eines Stiches (Walzvorgang) treten Phasen unterschiedlicher Belastung auf, die stark voneinander abweichende Signalstrukturen hervorbringen und sich nach folgenden Phasen klassifizieren lassen.

Anfahren	Anstrich	Verformung (Walzen)	Stabaustritt	Bremsen	Leerlauf Stillstand
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)

Die Signalstruktur in den einzelnen Phasen läßt sich wie folgt beschreiben.

Belastungsphase	Schwingungssignalstruktur	
Anfahren	– Transienten in Form eines exponentiell abklingenden Stoßes – nach Abklingen des Stoßes stellt sich eine stationäre Signalstruktur ein	
Anstrich	– Phase der größten Belastung äußert sich in stark instationären Signalverläufen – es treten Stöße großer Amplitude auf – transiente Signalverläufe sind vorherrschend	5
Walzen	– quasi stationärer Signalverlauf – drehzahlabhängige Frequenzen wie 1. oder entsprechend höherer Harmonische, konstruktiv bedingte Frequenz wie (Zahneingriffsfrequenzen, Lagerfrequenzen u. a.) i. a. gut nachweisbar – stark stochastischer Charakter der Signale – komplex periodische Signalverläufe – Mischstrukturen	10
Stabaustritt	– kurzzeitige Erhöhung der Signalstreuung, – weniger stoßartige Amplitudenerhöhungen als beim Anfahr- und Bremsvorgang	15
Bremsen	– qualitativ gleiche Signalstrukturen wie beim Anfahren – Unterschiede im Richtungswechsel der Stoßanregung und einer i. a. geringen Signaldynamik	20
Leerlauf	– stationärer Signalverlauf, – drehzahlabhängige Frequenzen sehr gut nachweisbar	

Für eine Dauerüberwachung, bzw. für diagnostische Vergleichsmessungen sind wegen den Anforderungen der FFT an Stationarität der Signalstruktur für Dauerüberwachungen nur Phasen mit stationärem Signalverlauf zulässig, im Beispiel sind dies die Phasen Leerlauf und Walzen (Quasi-Stationarität). 25

Als Indikator zum Erkennen der unterschiedlichen Belastungsphasen eignet sich insbesondere die Prozeßgröße Ankerstrom. Zu diesem Zweck wird der Ankerstrom I_A des Antriebsmotors erfaßt und dem Meßwerterfassungssystem des PC als Triggersignal zugeleitet. 30

Im folgenden wird eine komplexe Triggerung konstruiert, die entsprechend dem Signalverlauf des Ankerstromes eine hinreichend sichere Erkennung der Phasen mit stationärem Signalverlauf erlaubt. 35

Das dargestellte Funktionsprinzip einer komplexen Triggerung zur Erkennung von Lastzuständen siehe Fig. D3 wurde entsprechend den Signalmuster (siehe Fig. D2, Bezeichnungen wie oben) den unterschiedlichen Belastungsphasen angepaßt. 40

Im Beispiel wurden folgende Triggermodule konstruiert und zu einer komplexen Triggerung linear verknüpft. T ist dabei die äquidistante Zeitbasis der Meßwerterfassung, es gilt:

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_N, \dots\}$ mit $t_{i+1} - t_i = \tau = \text{const.}$
und $\tau = 3 \text{ ms.}$ 45

X_i = Wert des Ankerstromes zum Zeitpunkt t_N

1) Signalmustererkennung im Leerlauf

Der Zeitpunkt t_s der Erkennung der Phase des Leerlaufs wird bestimmt über das adaptive Triggervorgehen für das zweite zentrierte Moment nach 50

$$t_s := \min \{t_N : z_{h^2}(h_{i_N-1}, X_{i_N}) > g_s, \forall t_i \in \},$$

wobei z_{h^2} rekursiv gemäß

$$z_{h_0^2} = c = \text{const.},$$

$$z_{h_N^2} = z_{h_{N-1}^2} - \frac{1}{64} (z_{h_{N-1}^2} - (X_{i_N}^2 - \mu)^2)$$

Bemerkung

Ist μ unbekannt, wird μ durch die Schätzung ${}^m h_{i_N}^1$ ersetzt, wobei ${}^m h^1$ rekursiv gemäß

$${}^m h_0^1 = c - \text{constant},$$

$${}^m h_N^1 = {}^m h^1 ({}^m h_{i_N-1}^1, X_{i_N}) = {}^m h_{i_N-1}^1 - \frac{1}{64} ({}^m h_{i_N-1}^1 - X_{i_N-1})$$

gebildet wird.

Die Startwerte ${}^m h_0^1$ und z_0^2 sind auch vorgebar über

$$z_0^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{i_N} [X_i(\omega) - \mu]^2 \quad \text{und} \quad {}^m h_0^1 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{i_N} X_i(\omega)$$

wobei hier ausschließlich in einer Versuchsmessung während der Phase des Leerlaufes gemessen wird.

2) Signalmustererkennung für die Belastungsphasen Anfahren und Walzen

Die Signalstruktur in diesen Phasen stellen sich als stochastisch gestörte Rechteckstruktur dar, die über unterschiedliche Zeitdauer anhält und eine geringe innere Strukturiertheit aufweist. Als Triggermodule sind äquivalent einsetzbar:

TM_a^c – adaptive Effektivwerttriggerung,
 TM_a^q – adaptive Quantilwerttriggerung.

Der Zeitpunkt t^2 des Anfahrens ist über

$$t^2 := \min \{t_N : {}^m h^2({}^m h_{i_N-1}^2, X_{i_N}) > \xi_1, \forall t_i \in T\},$$

wobei ${}^m h^2$ rekursiv gemäß

$${}^m h_0^2 = c = \text{const.},$$

$${}^m h_{i_N}^2 = {}^m h^2({}^m h_{i_N-1}^2, X_{i_N}) = {}^m h_{i_N}^2 - \gamma ({}^m h_{i_N-1}^2 - X_{i_N}^2)$$

$$\text{mit } \gamma = \frac{1}{128}$$

ermittelbar.

Analog gilt t^2 für die Phase Walzen, die Unterscheidung erfolgt mittels der Verzögerungskonstanten γ . Zur Erkennung der Phase Walzen wird

$$\gamma = \frac{1}{256}$$

gewählt.

t^2 ist bestimmbar auf Basis der Schätzung von Quantilwerten X_{i_N} wird in weiteren als Folge

$$(X_i)_{i=1,2,\dots}$$

identisch verteilten Zufallsgrößen mit der Verteilungsfunktion F_X aufgefaßt.

Definition

Z_α heißt α -Quantil der Verteilung F_X , falls gilt

$$F_X(Z_\alpha) \leq \alpha \leq F_X(Z_\alpha + 0) \text{ mit } 0 < \alpha < 1.$$

Es erfolgt die Konstruktion eines rekursiven Verfahrens zur Schätzung der α -Quantile durch

$Q_0(0) = q$ Startwert, constant

$$Q_{iN+1} = Q_{iN} + \gamma_{iN} \cdot y_{iN+1}(Q_{iN}, X_{iN+1}(\omega)),$$

$$\text{mit } y_{iN}(x, X_{iN}(\omega)) = \begin{cases} \alpha - 1 & \text{für } X_{iN}(\omega) < x \\ \alpha & \text{für } X_{iN}(\omega) \geq x \end{cases}$$

$$= \alpha - I_{\{X_{iN}(\omega) < x\}}(\omega),$$

$$\text{wobei } I_A(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \omega \in A \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\text{für } \{Y_{iN}\}_{N=1,2,\dots} \text{ gelte: } \sum_{N=0}^{\infty} \gamma_{iN} = \infty, \quad \sum_{N=0}^{\infty} \gamma_{iN}^2 < \infty$$

beschrieben.

Auf der Basis dieses Verfahrens erfolgt die Definition zweier Toleranzbereichsgrenzen für die Zufallsgrößen

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots},$$

die einen prozentualen Anteil $\alpha \cdot 100\%$ dieser Zufallsgrößen einschließen.

Die Toleranzbereichsgrenzen Z_i^+ und Z_i^- werden rekursiv nach $Z_0^+ = z_0^+$ Startwert

$$Z_{iN+1}^+ = Z_{iN}^+ + \gamma_{iN} \cdot (\alpha - I_A(\omega));$$

$$A = \{\omega : X_{iN}(\omega) < Z_{iN}^+\}$$

und

$$Z_0^- = z_0^- \text{ Startwert}$$

$$Z_{iN+1}^- = Z_{iN}^- - \gamma_{iN} \cdot (\alpha - I_B(\omega)); \quad B = \{\omega : X_{iN}(\omega) > Z_{iN}^-\}$$

bestimmt

Z_i^+ — heißt oberer Schwellwert zum Zeitpunkt t_i ;
 Z_i^- — heißt unterer Schwellwert zum Zeitpunkt t_i .

Im folgenden werden Triggerzeitpunkte t_e eingeführt, wobei die Definition des Triggerkriteriums über stochastische Kenngrößen auf Basis der Schwellwerte Z_i^+, Z_i^- erfolgt.

$$t_e^A = \min \{t_N : Q_h^A(t_N, \omega) > \varepsilon, t_N \in T\}$$

$$\text{mit } Q_h^A(t_N, \omega) = Z_{iN}^+(\omega) - Z_{iN}(\omega)$$

Starke Schwankungen in der Folge der Zufallsgrößen

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$$

werden durch das Ansteigen der Intervallbreite

$$Z_{iN}^+ - Z_{iN}^- > a_\varepsilon, \quad a_\varepsilon \in \mathbb{R}^+,$$

z. B. über einen Grenzwert a_ε angezeigt.

Aussagen über Monotonie-Verhalten der Folge der Zufallsgrößen

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$$

erhält man z. B. durch

$$Q_{t_e}^w \text{ mit } Q_{t_e}^w := \min \{t_N : a_{t_N}^+ > n_w\},$$

$$5 \quad \text{wobei } \left(a_i^+ = \left[\sum_{j=1}^i I_{\{X_{t_i} > z_{t_{i-1}}^+\}}(\omega) \right] \cdot I_{\{X_{t_i} > z_{t_{i-1}}^+\}}(\omega) \right).$$

Dabei gibt $Q_{t_e}^w$ den Zeitpunkt an, zu dem sich in der Folge der Zuallsgrößen

$$10 \quad \{X_i\}_{i=1,2,\dots}$$

ein monotoner Trend (monoton wachsend) der Länge n_w zeigt.

15 Analog gilt für Abschnitte der Länge n_F , in denen die Folge

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$$

20 monoton fällt:

$$Q_{t_e}^F := \min \{t_N : a_{t_N}^- > n_F\}$$

$$25 \quad \text{mit } a_i^- = \left[\sum_{j=0}^N I_{\{X_{t_i}(\omega) < z_{t_{i-1}}^-\}}(\omega) \right] \cdot I_{\{X_{t_i}(\omega) < z_{t_{i-1}}^-\}}(\omega).$$

Patentansprüche

30 1. Mit einer Walzwerksausrüstung (1) über mehrkanalige Meßwertaufzeichnungseinrichtungen (2, 3, 4, 5, 6) verbundene Meßwertverarbeitungseinrichtung (7), die mit einer Zusatzeinrichtung (12, 13, 14) gekoppelt ist, wobei die Meßwertverarbeitungseinrichtung (7) umfaßt:

eine erste Einrichtung (8) zum ein- oder mehrkanaligen Einlesen von Meßwerten von mindestens einer der Meßwertaufzeichnungseinrichtungen (2; 3; 4; 5; 6) in die Meßwertverarbeitungseinrichtung (7),

35 eine zweite Einrichtung (9) zum Vergleichen der Meßwerte mit vorgegebenen Werten,

eine dritte Einrichtung (10) zum Starten der Zusatzeinrichtung (12; 13; 14), wenn ein vorgegebener erster Wert erreicht ist,

eine vierte Einrichtung (11) zum Stoppen der Zusatzeinrichtung (12; 13; 14) wenn ein vorgegebener zweiter Wert erreicht ist,

40 **dadurch gekennzeichnet**, daß die zweite Einrichtung (9) zum Vergleich der Meßwerte mit vorgegebenen ein- bzw. mehrkanaligen Meßwertstrukturen angeordnet ist,

daß die dritte Einrichtung (10) zum Starten der Zusatzeinrichtung (12; 13; 14), wenn eine vorgegebene erste Meßwertstruktur erreicht ist, angeordnet ist,

45 daß die vierte Einrichtung (11) zum Stoppen der Zusatzeinrichtung (12; 13; 14), wenn eine vorgegebene zweite Meßwertstruktur erreicht ist, angeordnet ist, und

daß zwischen erster (8) und zweiter Einrichtung (9) eine als Bewertungseinrichtung ausgebildete fünfte Einrichtung (20) zur Berechnung von Werten von Kenngrößen aus Meßwertfolgen zwecks Datenreduktion angeordnet ist.

2. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß ein Muster von Meßwerten oder Werten des mindestens einen Kanals (K1; K2; K3; K4; K5) mit einem vorgegebenen Muster verglichen wird, bei deren Übereinstimmung die Starteinrichtung (10) oder die Stoppeinrichtung (11) aktiviert wird.

3. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stoppeinrichtung (11) bei Überschreitung eines vorbestimmten Meßwertes oder Wertes aktiviert wird.

4. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stoppeinrichtung (11) bei Unterschreitung eines vorbestimmten Meßwertes oder Wertes aktiviert wird.

5. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stoppeinrichtung (11) aktiviert wird, wenn die Meßwerte oder Werte einen vorgegebenen nicht notwendig zusammenhängenden Wertebereich verlassen.

6. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stoppeinrichtung (11) aktiviert wird, wenn sich die Meßwerte oder Werte in einem vorbestimmten Zeitintervall um mehr als eine vorbestimmte Konstante ändern.

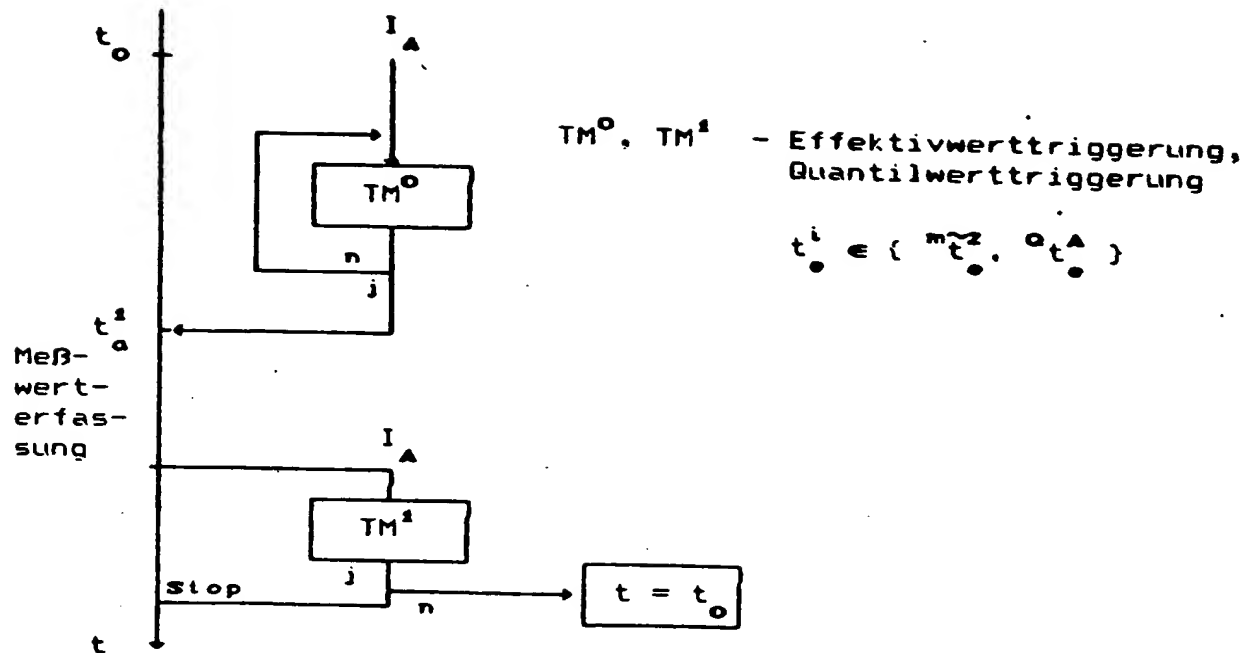
7. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stoppeinrichtung (11) aktiviert wird, wenn

die Meßwertfolge oder die Folge der Werte monoton wachsend oder monoton fallend oder monoton streng wachsend oder monoton streng fallend oder konstant oder ein inverser Zustand der vorstehend angegebenen Zustände annimmt.

8. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1 bis 7, dadurch gekennzeichnet, daß der Vergleichseinrichtung (9) die Meßwertfolge oder die Folge von Werten eines der Kanäle (K1; K2; K3; K4; K5) zugeführt werden und daß der Vergleichseinrichtung (9) eine zweite Vergleichseinrichtung (9) in Reihe geschaltet ist, der die Meßwertfolge oder die Folge von Werten mindestens eines weiteren Kanals (K2; K3; K4; K5; K1) zugeführt werden. 5
9. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1 bis 7, dadurch gekennzeichnet, daß der Vergleichseinrichtung (9) die Meßwertfolge oder die Folge von Werten eines der Kanäle (K1; K2; K3; K4; K5) zugeführt werden und daß der Vergleichseinrichtung (9) eine zweite Vergleichseinrichtung (9) parallel geschaltet ist, der die Meßwertfolge oder die Folge von Werten mindestens eines weiteren Kanals (K2; K3; K4; K5; K1) zugeführt werden. 10
10. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Ermittlung von Spitzenwerten der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 15
11. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von Mittelwerten der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
12. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von Effektivwerten der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine Kenngröße ausgebildet ist. 20
13. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von Quantilwerten der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 25
14. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von gleitenden Mittelwertschätzungen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
15. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von gleitenden Momentfunktionsschätzungen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 30
16. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von gleitenden zentrierten Momentfunktionsschätzungen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
17. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen der Momentenfunktion der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 35
18. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen der zentrierten Momentenfunktion der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 40
19. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen für Werte der Autokorrelationsfunktion der Meßwerte als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
20. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen von Funktionen akkumulierter Differenzen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 45
21. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen von Quantilwertintervallgrenzen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
22. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen des Mittelwertes in Form der Quantilwertintervallmitte der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 50
23. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen des Mittelwertes der absoluten Werte der Quantilwertintervallüberschreitungen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 55
24. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von adaptiven Mittelwerten des absoluten Betrages der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
25. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von adaptiv bestimmten Nulldurchgangsanzahlen der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 60
26. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung rekursiver Kreuzkorrelationsfunktionen auf der Basis der Meßwertfolgen oder der Folgen von Werten zweier Kanäle (K1; K2; K3; K4; K5) als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 65
27. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die

- Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung rekursiver Schätzungen von Funktionen akkumulierter Kreuzdifferenzen der Meßwertfolgen oder der Folgen von Werten zweier Kanäle als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
28. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 27, dadurch gekennzeichnet, daß der Bewertungseinrichtung (20) die Meßwerte mindestens eines Kanals (K1; K2; K3; K4; K5) zugeführt werden und daß der Bewertungseinrichtung (20) eine zweite Bewertungseinrichtung (20) in Reihe geschaltet ist, dem die Meßwerte mindestens eines weiteren Kanals (K2; K3; K4; K5; K1) zugeführt werden.
29. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 27, dadurch gekennzeichnet, daß der Bewertungseinrichtung (20) die Meßwerte mindestens eines Kanals (K1; K2; K3; K4; K5) zugeführt werden und daß der Bewertungseinrichtung (20) eine zweite Bewertungseinrichtung (20) parallel geschaltet ist, dem die Meßwerte mindestens eines weiteren Kanals (K2; K3; K4; K5; K1) zugeführt werden.
30. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 27, dadurch gekennzeichnet, daß der Bewertungseinrichtung (20) die Meßwerte mehrerer Kanäle der Kanäle (K1; K2; K3; K4; K5) zugeführt werden und daß der Bewertungseinrichtung (20) zur arithmetischen Verknüpfung der Meßwerte der Kanäle (K2; K3; K4; K5; K1) ausgebildet ist.
31. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 2 bis 30, dadurch gekennzeichnet, daß mehrere Bewertungseinrichtungen (20) und/oder Vergleichseinrichtungen (9) in Reihe und/oder parallel zueinander geschaltet sind.
32. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 31, dadurch gekennzeichnet, daß zwischen Vergleichseinrichtung (9) und Starteinrichtung (10) und/oder zwischen Vergleichseinrichtung (9) Stoppeinrichtung (11) und/oder zwischen der Bewertungseinrichtung (20) und einer weiteren Bewertungseinrichtung (20) und/oder zwischen der Vergleichseinrichtung (9) und einer weiteren Vergleichseinrichtung (9) und/oder zwischen der Vergleichseinrichtung (9) und der Bewertungseinrichtung (20) eine Zeitverzögerungseinrichtung (30) geschaltet ist.
33. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 32, dadurch gekennzeichnet, daß die Zeitverzögerungseinrichtung (30) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stoppeinrichtung (11) zeitlich nach Übereinstimmung der Meßwertstruktur mit den vorbestimmten Meßwertstrukturen aktiviert wird.
34. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 32, dadurch gekennzeichnet, daß die Zeitverzögerungseinrichtung (30) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stoppeinrichtung (11) zeitlich vor Übereinstimmung der Meßwertstruktur mit den vorbestimmten Meßwertstrukturen aktiviert wird.
35. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 34, dadurch gekennzeichnet, daß der Einleseeinrichtung (8) eine Einstelleinrichtung (40) zur Einstellung der Abtastfrequenz mindestens einer Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 35, dadurch gekennzeichnet, daß die Einstelleinrichtung (40) zur Einstellung der Abtastfrequenz mittels erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolgen ausgebildet ist.
36. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 35, dadurch gekennzeichnet, daß die Einstelleinrichtung (40) so angeordnet ist, daß die Abtastfrequenz mittels rekursiv erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolge eingestellt wird.
37. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 37, dadurch gekennzeichnet, daß die Einstelleinrichtung (40) so ausgebildet ist, daß die rekursiv gebildeten Kenngrößen als adaptiv gebildete Kenngrößen ausgeführt sind.
38. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 37, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) so ausgebildet ist, daß die rekursiv gebildeten Kenngrößen als adaptiv gebildete Kenngrößen ausgeführt sind.
39. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 38, dadurch gekennzeichnet, daß die Zusatzeinrichtung eine Steuereinrichtung (12) zum Steuern der Walzwerksausrüstung (1) ist.
40. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 39, dadurch gekennzeichnet, daß die Zusatzeinrichtung eine Speichereinrichtung (13) zum Speichern der Meßwerte ist.
41. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 40, dadurch gekennzeichnet, daß die Zusatzeinrichtung eine Warneinrichtung (14) zum Anzeigen eines unerwünschten Betriebszustandes der Walzwerksausrüstung (1) ist.
42. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 41, dadurch gekennzeichnet, daß die Walzwerksausrüstung (1) Teile eines Antriebsstranges eines Walzgerüsts, einer Sägeeinrichtung, einer Bindemaschine und einer Schereinrichtung umfaßt.
43. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 42, dadurch gekennzeichnet, daß die Meßwertauffassungseinrichtungen (2, 3, 4, 5, 6) piezoelektrische und/oder akustische Aufnehmer und/oder Aufnehmer für elektrische Größen umfaßt.
44. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 43, dadurch gekennzeichnet, daß die Meßwerte Ist-Werte eines Ankerstromes (I_A)_{Ist}, Ist-Werte einer Ankerspannung (U_A)_{Ist}, Drehzahl-Ist-Werte (n)_{Ist}, Ist-Werte eines Erregerstromes (I_{err}) eines Antriebsmotors, Ist-Werte einer Schwingbeschleunigung (a), Ist-Werte einer Schwinggeschwindigkeit (v), Ist-Werte eines Schwingweges (s), Ist-Werte von Walzkräften (F) umfaßt.

Hierzu 12 Seite(n) Zeichnungen



Komplextriggerung zum Erkennen der Belastungsphase Walzen

Fig. 13

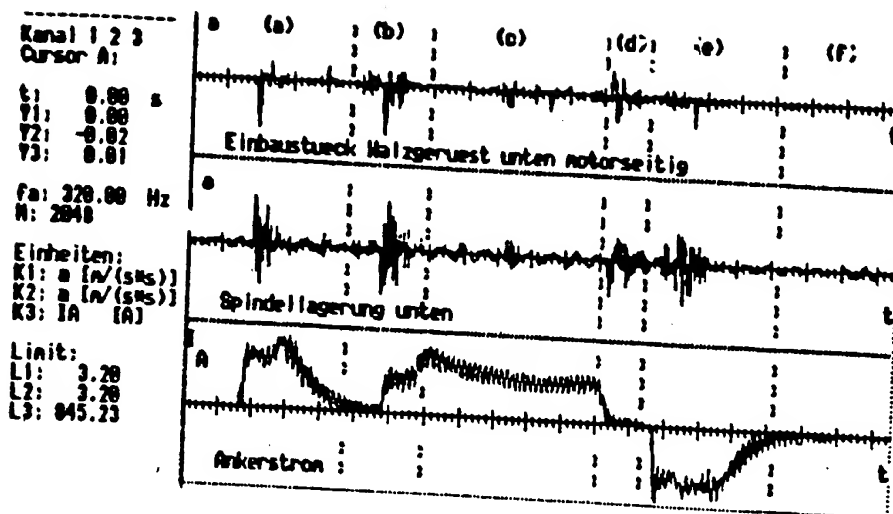


Fig. 12

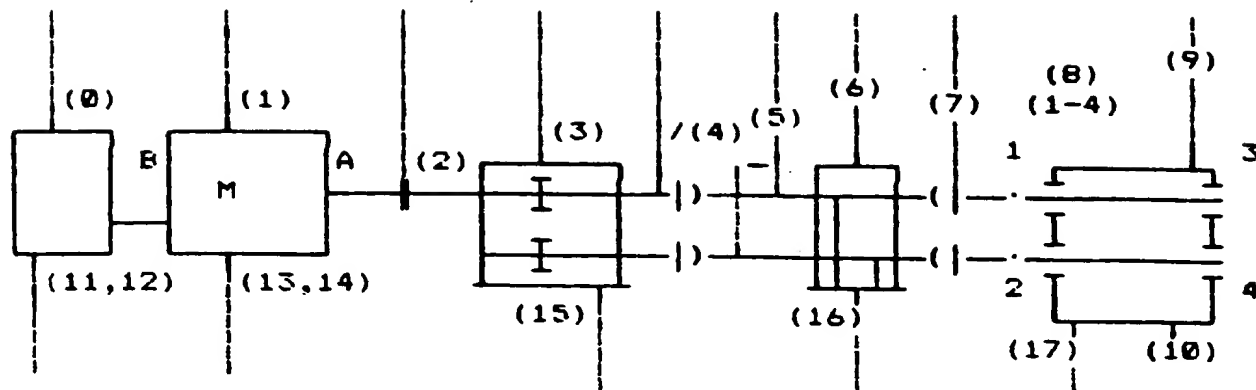


Fig. 11

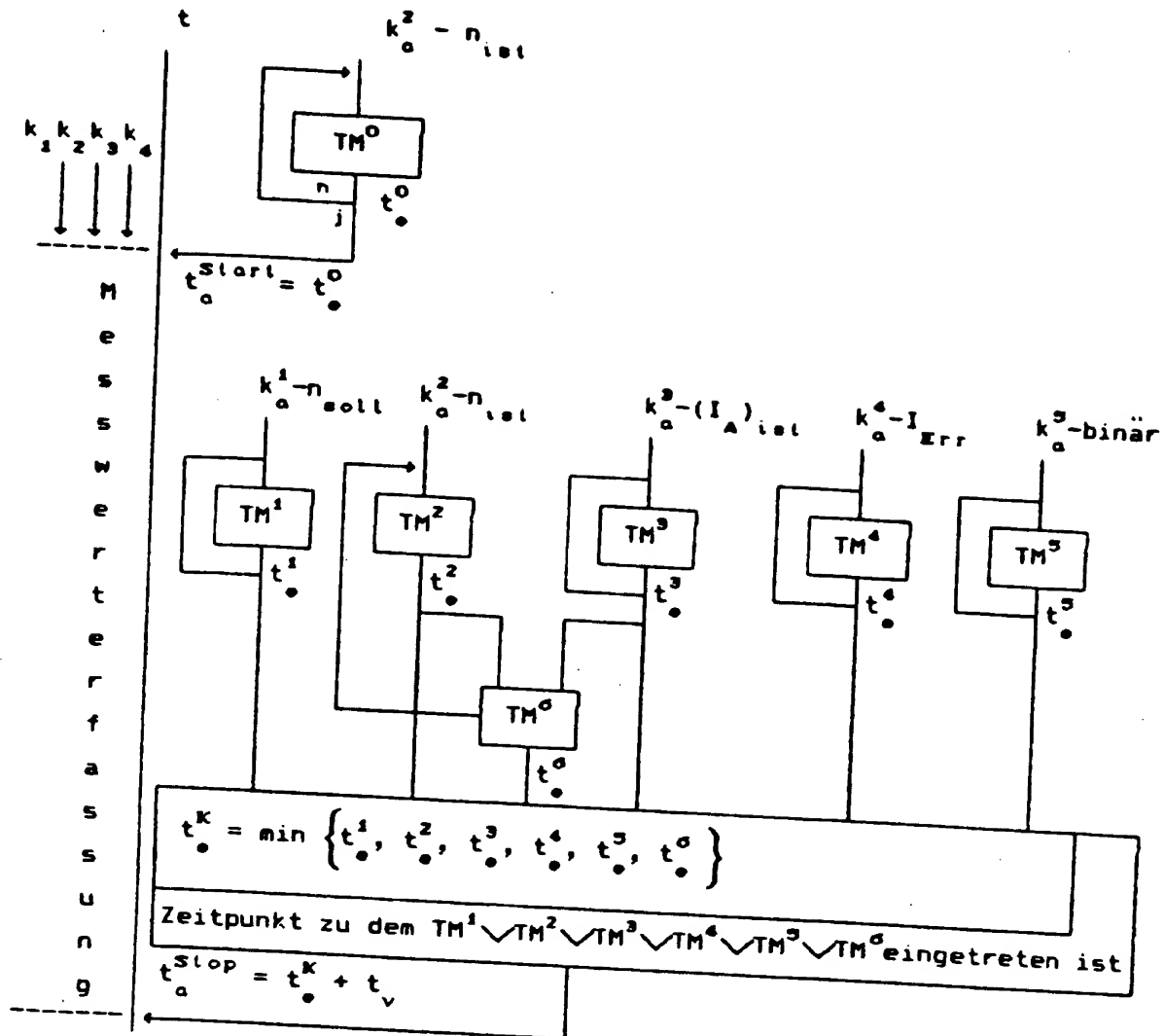


Fig. 10

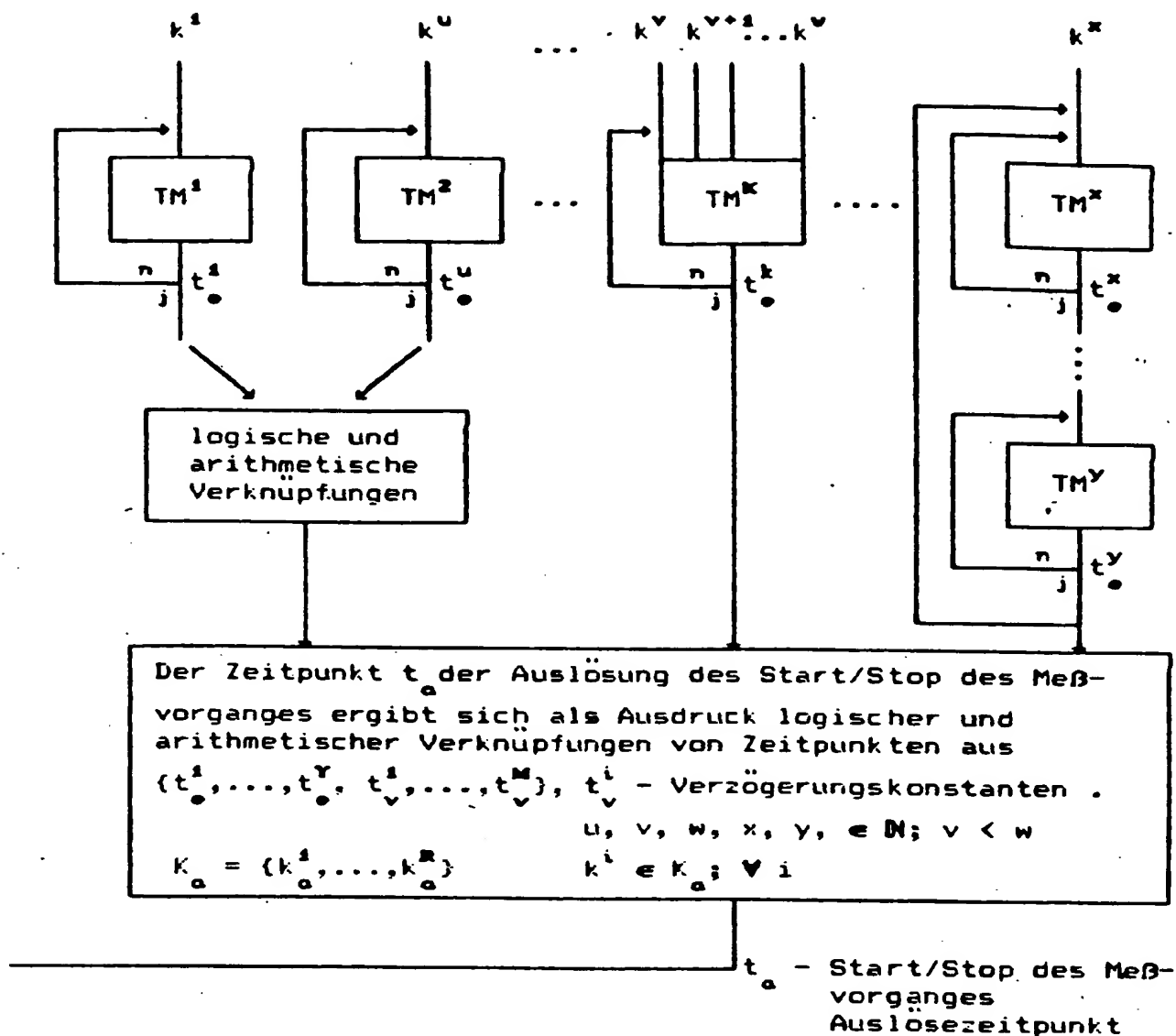
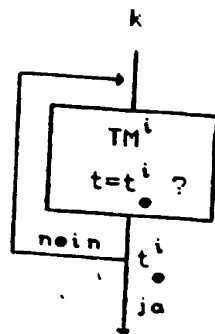


Fig. 9



$k \in K_a$

Fig. 8

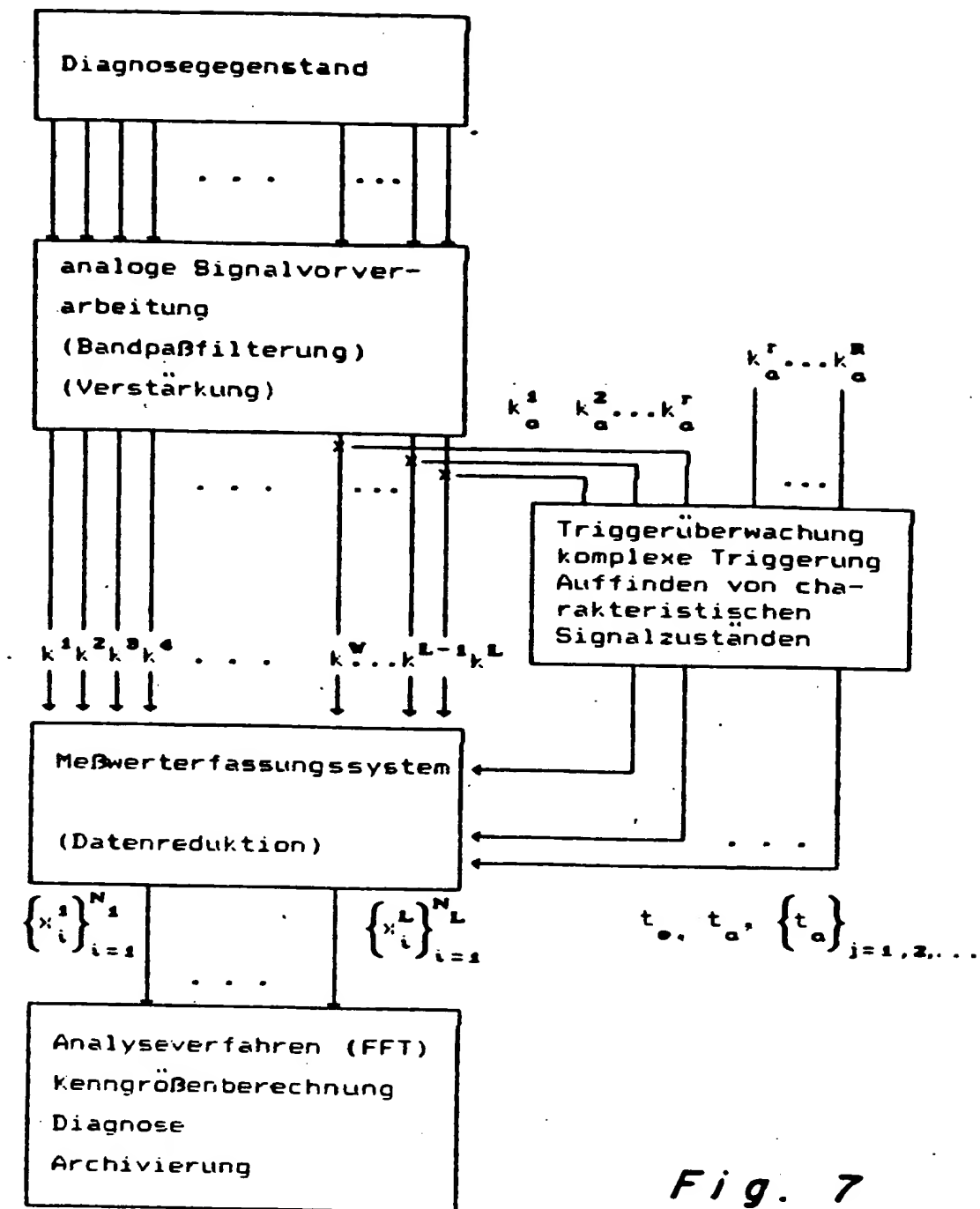


Fig. 7

 $L, N_i, R, i, r \in \mathbb{N}$

Fig. 6

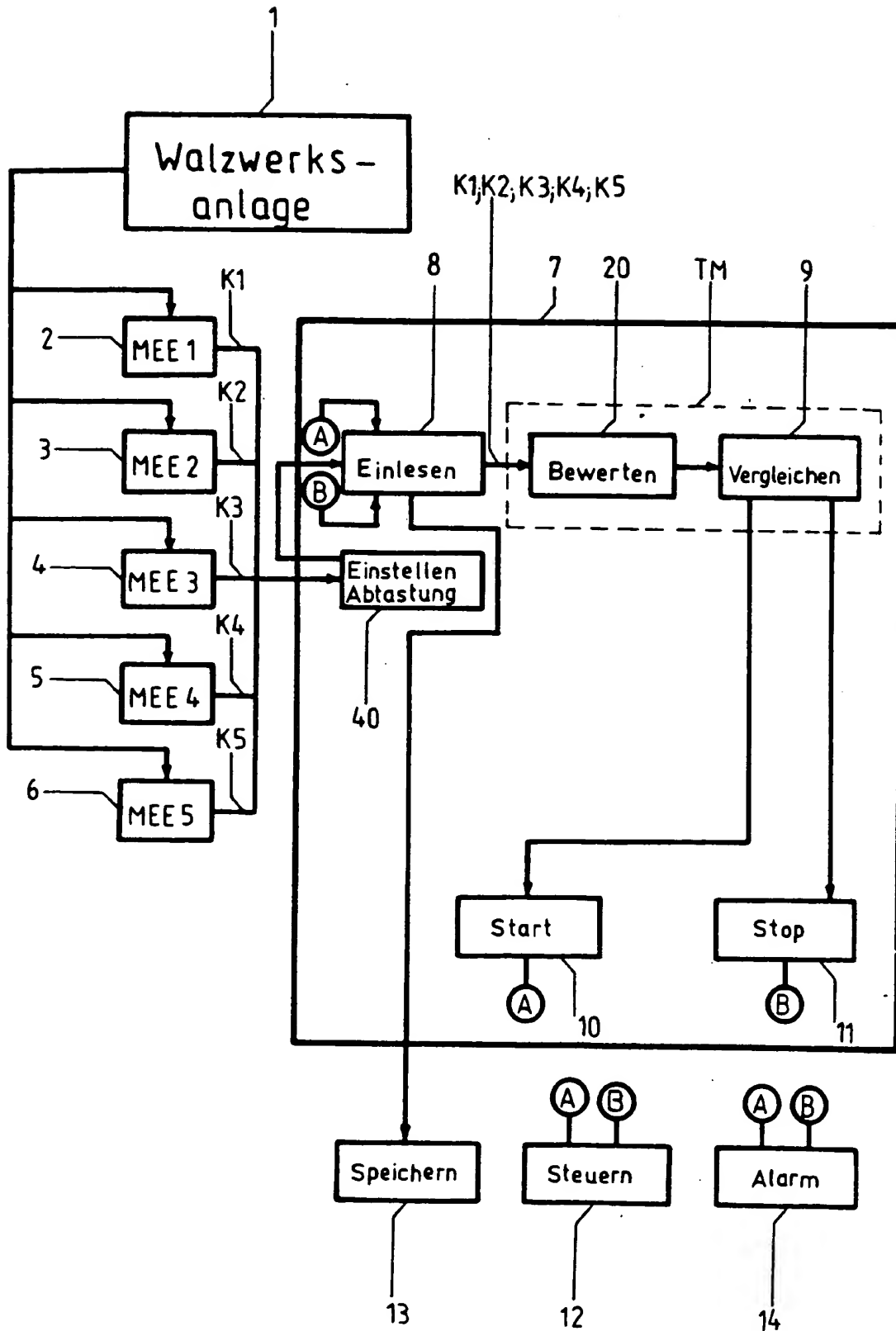


Fig. 5 Offenlegungstag:

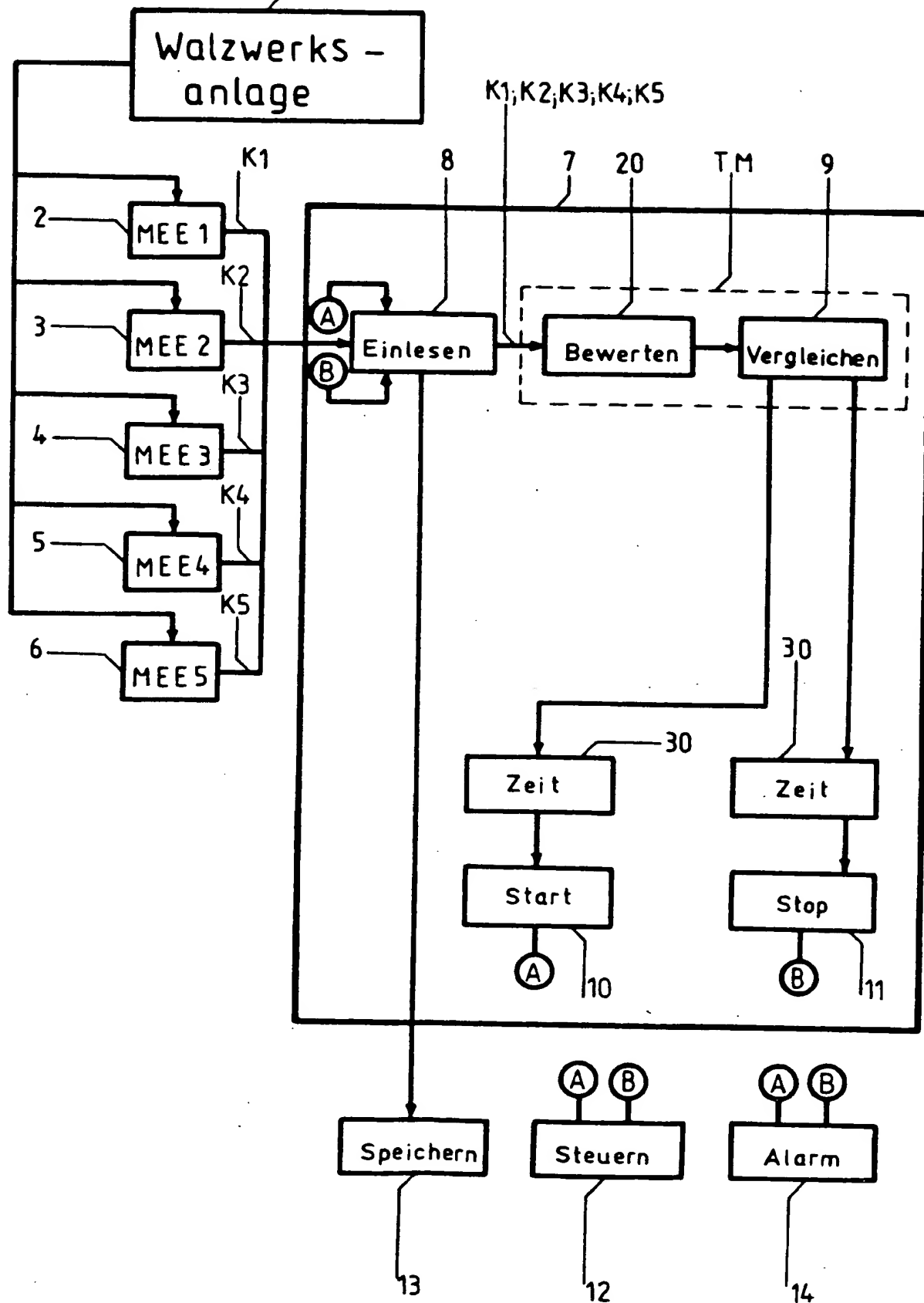


Fig. 4

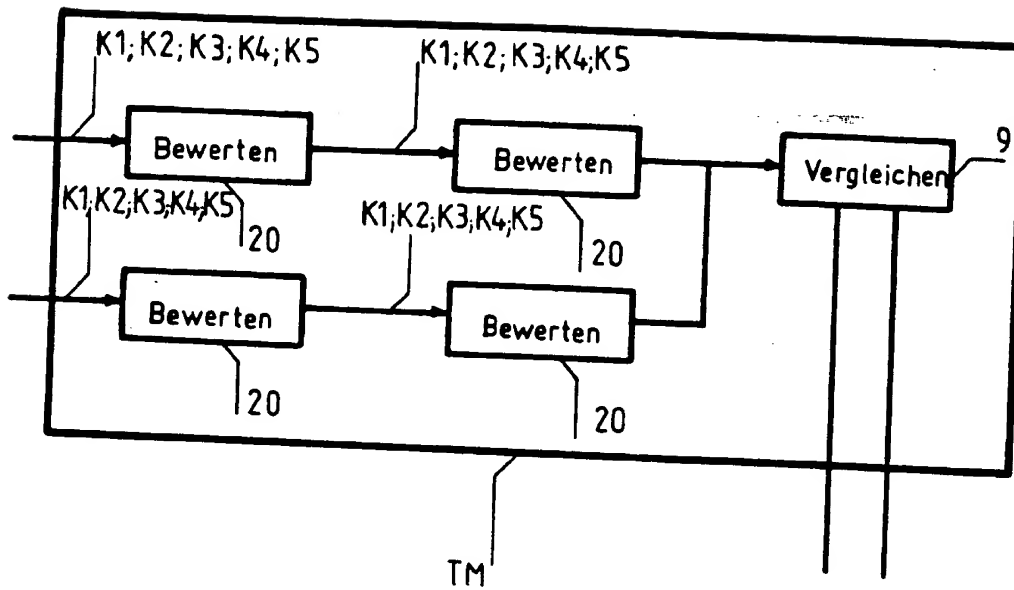


Fig. 2

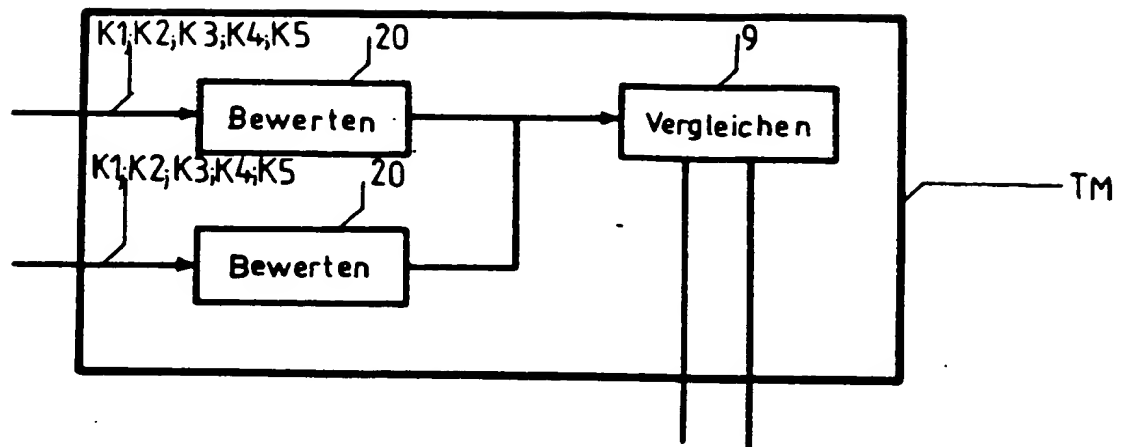


Fig. 3

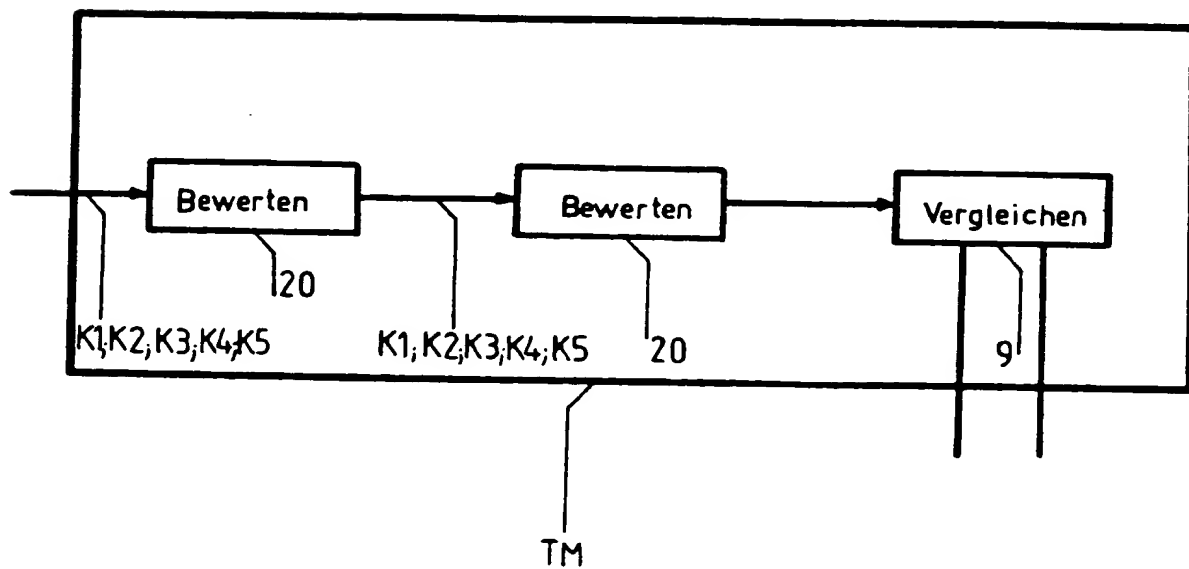


Fig. 1

